

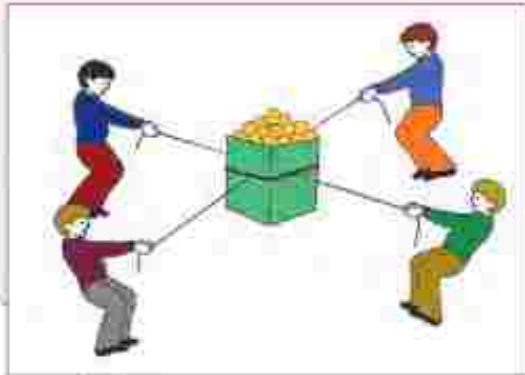
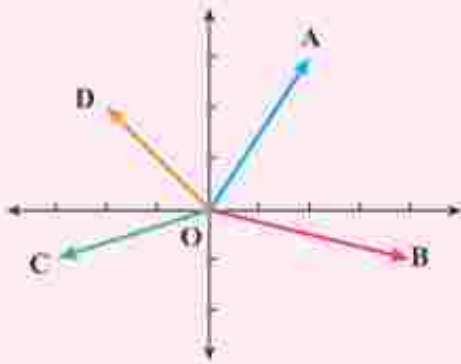
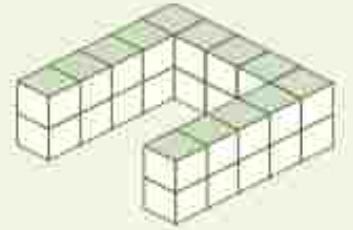
بِسْمِ اللّٰهِ الرَّحْمٰنِ الرَّحِیْمِ

اللّٰهُمَّ صَلِّ عَلٰى مُحَمَّدٍ وَآلِ مُحَمَّدٍ وَعَجِّلْ فَرَجَهُمْ

ریاضی

پایہ پنجم

دوره اول متوسط



این کتاب در سال تحصیلی ۹۳-۹۲ توسط اعضای کمیته متوسطه ۱ گروه ریاضی دفتر تألیف مورد تصحیح و بازنگری کلی قرار گرفت.

وزارت آموزش و پرورش سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی آموزشی

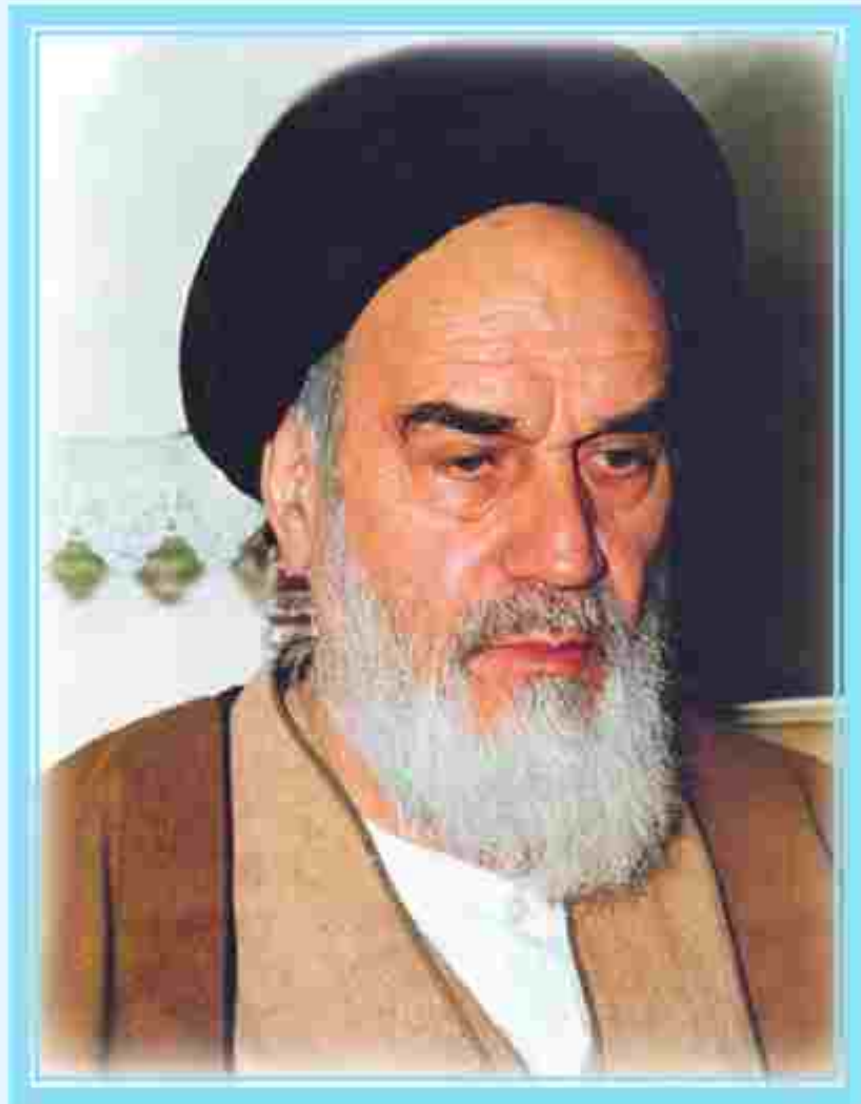


تعداد کتاب:	برای پسران - پایه هفتم دوره اول متوسطه - ۷۰۵
چهارم:	سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی آموزشی
محرران و تدوین‌کنندگان:	دکتر تألیف کتاب‌های درس علوم و متوسطه نظری
مشاوران فنی و فنی‌نویسان:	بهمن اصلاح‌پدیز، علی‌اکبر آنتس، محمدحسن بوزرگان، خسرو داوودی، ابراهیم دستگار، ابراهیم ریحانی، احمد شاهرزایی، وحید طالبیان، سیدمحمدکاظم تاجیان، افسان گروه تألیف، حمیدرضا امیری، زهره‌بندی، خسرو داوودی، ابراهیم ریحانی، محمدرضا سیدصالحی، میرشیراز حسن، اعضای کمیته متوسطه ۱ - ابراهیم استقبالی، ارباب‌مس و سیداکبر میرجعفری تبریز استاد
مدیریت آماده‌سازی هنری:	اداره کلی نظارت بر نشر و توزیع مواد آموزشی
نقشه‌الرحمه، آماده‌سازی:	احمدرضا امینی، امیرامور شیخ‌زاده، سعید داغی، یونس اعلام‌هنری، محمد عباسی و حمید ثابت‌کلامی، افراخ گرافیک، افراخ طبع، صلح‌آرا، پاسن نورتین، تصویرگران: فاطمه رحیمیان فیروزآباد و مریم دهقان‌زاده از سام، زهرا آیمانی‌نصو، فاطمه باقری‌مهر، رضا فرج‌زاده‌پروسی، حسین هراسی، فاطمه یزدانی و راحله زاننجی‌آله امور آماده‌سازی
انتشار سازمان:	تهران، خیابان ایرانشهر شمالی، ساختمان نشر، ۹ آموزش و پرورش، مشهد جنوبی تلفن: ۸۸۸۳۱۱۶۹۱-۹، فکس: ۸۸۳-۹۲۶۶، کد پستی: ۱۵۸۲۷۴۷۲۵۹ وبسایت: www.csbp.ac.ir و www.irvctbook.ir
نشر:	شرکت چاپ و نشر کتابخانه‌های درس ایران، تهران، کیلومتر ۱۷ جاده مخصوص کرج، خیابان ۶۶، آدرس پخش، تلفن: ۲۴۹۸۵۱۶، فکس: ۲۴۹۸۵۱۶، کد پستی: ۳۷۵۱۵-۱۴۹
چاپخانه:	شرکت چاپ و نشر کتاب‌های درس ایران، تهران، خیابان
سال انتشار و نوبت چاپ:	چاپ پنجم ۱۴۰۲

کتابه‌های چاپی و معنوی این کتاب مطابق با سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی آموزشی وزارت آموزش و پرورش است و هرگونه استفاده از کتاب و اجزای آن به صورت تجاری و الکترونیکی و ارائه در پایگاه‌های مجازی، نمایش، آنتن، تلخیص، انجمن، ترجمه، عکس برداری، نقلی، تهیه فایل و دیگر به هر شکل و نوع بدون کسب مجوز از این سازمان ممنوع است و متخلفان تحت پیگرد قانونی قرار می‌گیرند.

شابک: ۹۷۸-۹۶۴-۰۵-۲۲۴۲-۴-۱

ISBN 978-964-05-2242-4



امام خمینی قدس سره به بحث و مذاکره درباره مسائل علمی، به ویژه در مجلس درس
علاقه فراوان داشتند. اگر بر جلسه درس، سکوت حکمفرما می شد، می فرمودند:
«مجلس درس است، نه مجلس روضه؛ سخن بگویید و اعتراض کنید.»

۱

فصل ۱- راه‌های حل مسئله

۱۳

فصل ۲- عددهای صحیح

۱۴

معرفی عددهای علامت‌دار

۱۷

جمع و تفریق عددهای صحیح (۱)

۲۰

جمع و تفریق عددهای صحیح (۲)

۲۳

ضرب و تقسیم عددهای صحیح

۲۶

مرور فصل ۲

۲۷

فصل ۳- جبر و معادله

۲۸

الگوهای عددی

۳۱

عبارت‌های جبری

۳۴

مقدار عددی یک عبارت جبری

۳۷

معادله

۴۰

مرور فصل ۳

۴۱

فصل ۴- هندسه و استدلال

۴۲

روابط بین باره‌خط‌ها

۴۵

روابط بین زاویه‌ها

۴۸

تبدیلات هندسی (انتقال، تقارن، دوران)

۵۱

شکل‌های مساوی (اهم‌نهیست)

۵۴

مرور فصل ۴

۵۵

فصل ۵- شمارنده‌ها و اعداد اول

۵۶

عدد اول

۵۹

شمارنده اول

۶۲

بزرگ‌ترین شمارنده مشترک

۶۵

کوچک‌ترین مضرب مشترک

۶۸

مرور فصل ۵

۶۹

۷۰

۷۳

۷۶

۷۹

۸۲

فصل ۶- سطح و حجم

حجم‌های هندسی

محاسبه حجم‌های متشعری

مساحت جانبی و کل

حجم و سطح

مرور فصل ۶

۸۳

۸۴

۸۷

۹۰

۹۳

۹۶

فصل ۷- توان و جذر

تعریف توان

محاسبه عبارت توان‌دار

ساده کردن عبارات توان‌دار

جذر و ریشه

مرور فصل ۷

۹۷

۹۸

۱۰۱

۱۰۴

۱۰۷

۱۱۰

فصل ۸- بردار و مختصات

بازه خط جهت‌دار

بردارهای مساوی و قریبه

مختصات

بردار انتقال

مرور فصل ۸

۱۱۱

۱۱۲

۱۱۵

۱۱۸

۱۲۱

۱۲۴

فصل ۹- آمار و احتمال

جمع‌آوری و نمایش داده‌ها

نمودارها و تفسیر نتیجه‌ها

احتمال با اندازه‌گیری سانس

احتمال و تجربه

مرور فصل ۹



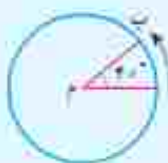
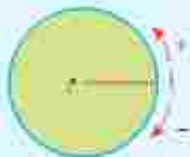
چگونه ریاضی را یاد بگیریم؟

در دوره ابتدایی یا مفاهیم حساب و هندسه آشنا ننهید.
در دوره اول متوسطه از دانش ریاضی خود استفاده می کنید و
آن را به کار می برید تا معلومات ریاضی خود را افزایش دهید؛ اما
چگونه باید ریاضیات را آموخت؟

برای یادگیری ریاضی، خودتان دست به کار شوید؛ در کلاس، نقش فعالی داشته باشید؛ فقط شنونده بودن کافی نیست. فعالیت های کتاب درسی به شما کمک می کنند تا در جریان کلاس، سهم داشته باشید. متن فعالیت ها را با دقت بخوانید و به صورت فردی یا گروهی کارهای خواسته شده را انجام دهید. مهم ترین قسمت فعالیت ها، بخش نتیجه گیری است؛ آن قسمت ها را به صورت کامل بنویسید.

تذکره

نقطه «ا» روی محیط دایره حرکت می کند. وقتی «ا» روی دایره حرکت می کند تا برای مثال به نقطه «ب» برسد، یک زاویه درست می کند. با توجه به جهت های «+» و «-» نشان داده شده، مشخص کنید هر یک از زاویه های زیر چند درجه اند؟ با یک عدد علامت دار نشان دهید.



کار در کلاس ها، هم به شما کمک می کند که آموخته های خود را به کار برید و هم این فرصت را به معلم بی دهید تا فرایند آموزش را کامل کند و به سوال های شما پاسخ دهد و اشکالات پیش آمده را رفع کند.

تساوی ها را کامل کنید.

$$+15 = 15$$

$$+4 =$$

$$-(+1) =$$

$$-(-3) =$$

$$-(-(+7)) =$$

$$-(-1) =$$

$$+(-7) = -7$$

$$+(-4) =$$

در پایان، تمرین ها را در منزل به طور کامل انجام دهید. انجام کامل تمرین به این معناست که شما این قسمت را فرا گرفته اید. اگر نتوانستید به سوالی جواب دهید، مهم ترین کار شما جست و جوی راه حل از دوستان، هم کلاسی ها یا معلم است. هرگز تمرین را بدون پاسخ کامل زها نکنید.

عددها را با هم مقایسه کنید.

$$-4 \quad -8$$

$$-27 \quad 1$$

$$0 \quad -14$$

$$-10 \quad -1$$

$$+7 \quad 7$$

$$+(-8) \quad -(+8)$$

برای انجام کارهای بالا، شما باید توانایی خود را در حل مسئله بالا ببرید. کسی که در حل کردن مسئله ماهر شود، می تواند فعالیت ها را به نتیجه برساند.

چگونه مسئله را حل کنیم؟



حل کردن هر مسئله ۴ مرحله دارد. در تمام کتاب وقتی با مسئله‌ای روبه‌رو می‌شوید، این ۴ مرحله را در ذهن خود مرور کنید تا کم‌کم در حل کردن مسئله، فکر خود را سازمان‌دهی کنید.

مرحله اول: فهمیدن مسئله: برای درک مسئله باید آن را خوب بخوانید و درک کنید. کارهای زیر می‌تواند به شما در درک بهتر مسئله کمک کند:

- مسئله را به زبان و کلمات خود بیان کنید.
- مسئله را خلاصه کنید.
- خواسته‌های مسئله را معلوم کنید.
- شرط‌های خاص مسئله را جدا کنید.
- داده‌ها و اطلاعات مسئله را مشخص کنید.
- مسئله را به صورت پیک‌نمایش ساده اجرا کنید.

مرحله دوم: انتخاب راهبرد مناسب: در دوره ابتدایی با تعدادی از راهبردهای حل مسئله آشنا شدید. دانستن نام و کاربرد هر راهبرد به شما کمک می‌کند تا آن را مرور کنید و بدانید برای حل کدام مسئله، ممکن است مفید باشد.

• رسم شکل	• محسن و آزمایش
• الگوسازی	• زیر مسئله
• هدف حالت‌های نامطلوب	• حل مسئله ساده‌تر
• الگویابی	• روش‌های نمادین

مرحله سوم: حل کردن مسئله: با راهبردی که انتخاب کرده‌اید، مسئله را حل کنید. اگر تشخیص دادید که مسئله با آن راهبرد به نتیجه نمی‌رسد، به مرحله دوم برگردید و راهبرد خود را تغییر دهید. گاهی اوقات لازم است به مرحله اول برگردید. نباید نکته‌ای در مسئله وجود داشته باشد که شما هنوز به آن توجه نکرده باشید.

مرحله چهارم: بازگشت به عقب: حل کردن مسئله با پیدا شدن پاسخ ریاضی تمام نمی‌شود. ابتدا پاسخ ریاضی خود را در موضوع مسئله تفسیر کنید. آیا پاسخ شما همان خواسته مسئله است؟ آیا جواب شما منطقی است؟ می‌توانید مراحل و عملیات مسئله را بررسی کنید یا مسئله را با راه حل دیگری پاسخ دهید.

- راهبردهای رسم شکل
- راهبردهای الگوسازی
- راهبردهای حل مسائل هندسی
- راهبردهای الگوسازی
- راهبردهای هندسه و آزمایش
- راهبردهای زیرمستند
- راهبردهای حل مسئله ساده‌تر
- راهبردهای روش‌های یادگیری

فصل ۱

راهبردهای حل مسئله



راهبرد رسم شکل

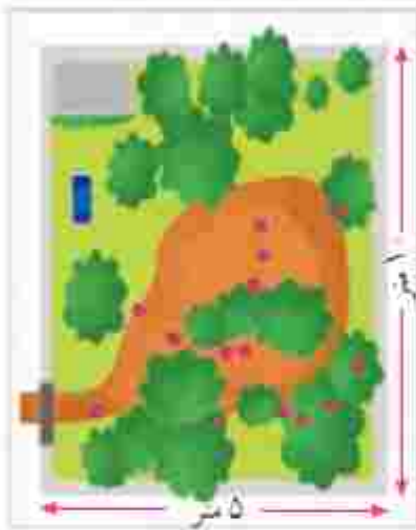
کشیدن یک شکل مناسب می‌تواند به حل مسئله کمک کند یا به‌طور کامل آن را حل کند؛ به‌طوری‌که نیازی به نوشتن عملیات و محاسبه نباشد. گاهی ممکن است شکل را فقط تصور کنید و آن را رسم نکنید. منظور از رسم شکل، نقاشی نیست؛ بلکه می‌توانید برای این کار شکل‌های ساده بکشید.

۱- یک باغچه مستطیل‌شکل به طول ۱۰ و عرض ۵ متر داریم. اگر بخواهیم به فاصله یک متر از ضلع‌های باغچه، دور تا دور آن را زده بکشیم، چند متر زده لازم است؟

اینجا یک مستطیل رسم کنید.

دور آن به فاصله یک متر از هر ضلع خط بکشید.

یک مستطیل جدید به‌وجود می‌آید. طول و عرض این مستطیل چقدر است؟



۲- توی از ارتفاع ۱۸ متری سطح زمین رها می‌شود و پس از برخورد با زمین، نصف ارتفاع قبلی خود بالا می‌آید. این توب از لحظه رها شدن تا سومین مرتبه‌ای که به زمین می‌خورد، چند متر حرکت کرده است؟



۳- قورباغه‌ای می‌خواهد از یک دیوار بالا برود. او با هر جهش ۳ متر بالا می‌رود و هر بار ۲ متر سر می‌خورد و پایین می‌آید. اگر ارتفاع دیوار ۹ متر باشد، او با چند جهش به بالای دیوار می‌رسد؟



برای حل بعضی از مسئله‌ها باید همه حالت‌های ممکن را بنویسید. برای این که هیچ حالتی از قلم نیفتد، لازم است آنها را با نظم، الگو و ترتیبی مشخص بنویسید. الگوسازی به شما کمک می‌کند تا مطمئن شوید همه حالت‌ها را نوشته‌اید. بنابراین در مسئله‌هایی که لازم است همه جواب‌ها و پاسخ‌های ممکن را بنویسید، می‌توانید از این راهبرد استفاده کنید. با توجه به نظم و ترتیبی که می‌سازید، به این راهبرد، تفکر نظام‌دار نیز می‌گویند.

۱- دو عدد طبیعی پیدا کنید که حاصل ضرب آنها ۲۴ و حاصل جمع آنها کمترین مقدار ممکن باشند. جدول را با نظم و ترتیب کامل کنید.

اولین عدد	دومین عدد	حاصل جمع
۱	۲۴	۲۵
۲	۱۲	

کوچک‌ترین عدد طبیعی چیست؟

حاصل ضرب آن در چه عددی ۲۴ می‌شود؟

اکنون عدد طبیعی بعدی را در نظر بگیرید. به همین ترتیب عدد‌ها را پیدا کنید.

۲- با انگشتان یک دست به ۵ صورت می‌توان عدد ۱ را نشان داد. به چند صورت می‌توان عدد ۲ را نشان داد؟



۳- با رقم‌های ۲، ۷ و ۵ تمام عدد‌های سه‌رقمی ممکن را بنویسید (در عدد‌های شما می‌تواند رقم‌های تکراری هم باشند).

۴- تعداد زیادی سکه ۵۰۰ و ۱۰۰۰ تومانی داریم. به چند حالت می‌توان معادل ۵۰۰۰ تومان درست کرد؟



راهبرد حذف حالت‌های نامطلوب



به شرایط و اطلاعات مسئله توجه کنید و حالت‌های نامطلوب و نادرست را کنار بگذارید؛ آن‌گاه پاسخ مسئله با همان حالت‌های مطلوب به دست می‌آید. برای پیدا کردن تمام حالت‌های ممکن می‌توانید از راهبرد الگوسازی استفاده کنید. ابتدا فهرستی از تمام حالت‌ها به دست آورید؛ سپس با توجه به شرایط گفته شده در مسئله، حالت‌های نامطلوب را حذف کنید.

- ۱- مجموع سن سه نفر ۱۴ سال و حاصل ضرب سن آنها ۷۰ است. سن بزرگ‌ترین نفر چقدر است؟
ابتدا با راهبرد الگوسازی، همه حالت‌هایی را که ضرب سه عدد طبیعی برابر ۷۰ می‌شود بنویسید.
به این جدول چه ستونی باید اضافه کنید تا حالت‌های نامطلوب، حذف شود و فقط حالت مطلوب باقی بماند؟

نفر سوم	نفر دوم	نفر اول

- ۲- دوست شما یک عدد حسابی کوچک‌تر از ۱۰۰ را در نظر گرفته است. شما باید با طرح چند سؤال، عدد مورد نظر را پیدا کنید. او فقط می‌تواند به سؤال‌های شما «بله» و «خیر» بگوید. چگونه می‌توان عدد مورد نظر را پیدا کرد؟
در واقع از ۱ تا ۹۹، ۱۰۰ عدد وجود دارد که فقط یکی مطلوب و مورد نظر است و بقیه عددها نامطلوبند. با این توضیح کدام یک از سؤال‌های زیر مناسب‌تر است؟ چرا؟
- آیا عدد مورد نظر شما ۲۷ است؟
 - آیا عدد مورد نظر شما زوج است؟
 - آیا عدد مورد نظر شما یکی است؟
 - آیا عدد مورد نظر شما از ۵۰ بزرگ‌تر است؟
- با توجه به پاسخ‌هایی که به سؤال‌های بالا دادید، یک روش طرح سؤال همراه با نظم و ترتیب بیان کنید که بتوان با پرسیدن آن، به عدد مورد نظر رسید.

در ریاضی با دو نوع الگوی عددی یا هندسی روبه‌رو می‌شویم. کشف الگو، رابطه و نظم موجود بین دنباله‌های عددی یا هندسی کمک می‌کند تا بتوانید خواسته مسئله را به دست آورید. این راهبرد در مسئله‌هایی کاربرد دارد که بین شکل‌ها یا عددها، الگو و رابطه خاصی وجود داشته باشد.

۱- سه عدد بعدی الگوهای زیر را بنویسید. رابطه بین عددها را توضیح دهید.

۱، ۳، ۵، ۷، ۹، ۱۱، ۱۳، ۱۵، ۱۷، ۱۹، ۲۱

عددها را با سه تا اشتباه می‌شوند.

۱، ۴، ۹، ۱۶، ۲۵، ۳۶

۱، ۳، ۶، ۱۰، ۱۵، ۲۱، ۲۸، ۳۶، ۴۵

۲- شکل دهم با چند جلوب کبریت ساخته می‌شود؟ چرا!



شکل (۱)



شکل (۲)

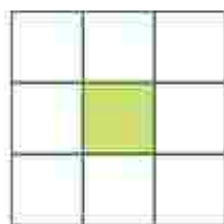


شکل (۳)

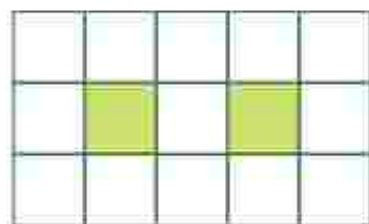


شکل (۴)

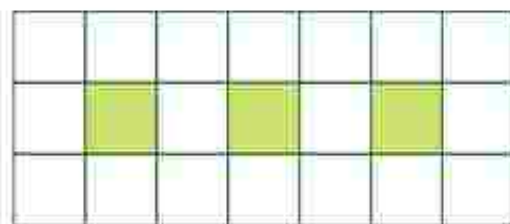
۳- اگر شکل‌ها به همین ترتیب ادامه پیدا کند، چه کسری از شکل شماره ۶، رنگی خواهد بود؟



شکل (۱)



شکل (۲)



شکل (۳)

راهبرد حدس و آزمایش



ممکن است یک مسئله، راه حل مستقیمی نداشته باشد یا راه رسیدن به جواب آن طولانی و دشوار باشد. تنها می‌توانید یا یک روش منطقی و منظم، پاسخ احتمالی مسئله را حدس بزنید، سپس با توجه به شرایط گفته‌شده در مسئله، حدس خود را بررسی کنید و با توجه به نتیجه به دست آمده حدس بعدی را بزنید تا کم‌کم به پاسخ مسئله نزدیک شوید. برای نشان دادن حدس‌ها و آزمایش‌های خود راه حل مناسبی پیدا کنید.

۱- ۲۰ دستگاه دوچرخه و سه‌چرخه در یک پارکینگ (توقفگاه) وجود دارد. اگر تعداد کل چرخ‌های آنها ۴۵ عدد باشد، چند دوچرخه و چند سه‌چرخه در توقفگاه وجود دارد؟

تعداد دوچرخه	تعداد سه‌چرخه	بررسی و آزمایش
۱۰	۱۰	



در حدس اول تعداد دوچرخه‌ها را ۱۰ و تعداد سه‌چرخه‌ها را هم ۱۰ عدد در نظر بگیرد. یا کمالی کردن و دفعه اول جدول حدس خود را بررسی و آزمایش کند. یا توجه به نتیجه بررسی، باید تعداد سه‌چرخه‌ها را بیشتر کرد یا دوچرخه‌ها را؟ چرا؟

۲- دو زاویه، متمم‌اند. یکی از این زاویه‌ها ۳ برابر زاویه دیگر است. اندازه هر زاویه را پیدا کنید.

$$3 \times \blacksquare + 1 = 31$$

$$3 \times 10 + 1 = 31$$

۳- به جای \blacksquare چه عددی می‌توان قرار داد؟

به جای \blacksquare عدد‌های مختلفی را حدس بزنید. از عدد ۱۰ شروع کنید.

حدس بعدی شما بیشتر از ۱۰ است یا کمتر از آن؟



مسئله پیچیده و چند مرحله‌ای را به چند مسئله ساده تبدیل کنید. از این زیرمسئله‌ها فهرستی درست کنید؛ سپس به ترتیب به آنها پاسخ دهید. اگر ترتیب زیرمسئله‌ها را درست تشخیص داده باشید، حل هر زیرمسئله به حل مسئله بعدی کمک می‌کند تا در نهایت به خواسته اصلی مسئله برسید.

۱- پس‌انداز هفتگی محمد، ۳۰۰۰۰ تومان است. او حساب کرده ۵ هفته پس‌انداز او، نصف قیمت کیفی است که دوست دارد بخرد. قیمت کیف چقدر است؟

الف) پس‌انداز ۵ هفته چقدر می‌شود؟

ب) اگر این عدد نصف قیمت کیف باشد، قیمت کیف چقدر است؟

۲- در یک مجتمع مسکونی استخری به طول، عرض و عمق به ترتیب ۶، ۱۲، ۱/۵ متر وجود دارد. مدیر ساختمان پیشنهاد کرده است که دیوارها و کف استخر ترمیم و بازسازی و سپس رنگ شود. او از یک نقاش خواست تا برآورد کند که انجام این کار چقدر هزینه دارد و به مدیر ساختمان اعلام کند. نقاش‌ها به‌طور معمول بر اساس هر مترمربع برای خودشان دستمزد در نظر می‌گیرند و قیمت رنگ را هم جداگانه حساب می‌کنند.

اگر قیمت هر کیلوگرم رنگ ۳۰۰۰۰ تومان و دستمزد رنگ کردن هر مترمربع ۲۰۰۰۰ تومان باشد و برای رنگ کردن هر مترمربع استخر ۱۳ کیلوگرم رنگ مصرف شود، هزینه این کار را حساب کنید.

۳- میوه فروشی، برنقال‌ها را کیلویی ۱۷۵۰۰ تومان می‌فروخت. از او سوال کردم چگونه قیمت این برنقال‌ها را تعیین کرده است؟

او پاسخ داد: من از میدان میوه و تره‌بار ۸۰ کیلوگرم برنقال خریدم کیلویی ۱۲۰۰۰ تومان. حدود ۱۰٪ برنقال‌ها در حمل و نقل و پس از چند روز ماندن در مغازه خراب می‌شود و از بین می‌رود. حدود ۱۰۰۰۰۰ تومان کرایه حمل و نقل از میدان تا مغازه را دادم.

همچنین تجربه نشان می‌دهد که حدود ۴۰۰۰۰ تومان از این معامله را باید بابت هزینه‌های جانبی مثل کرایه مغازه، آب، برق و... کنار بگذارم. در این صورت میزان سود این میوه‌فروش از این معامله را حساب کنید.



راهبرد حل مسئله ساده‌تر



برای حل بعضی از مسئله‌ها، ابتدا مسئله‌ای ساده‌تر را که با مسئله اصلی در ارتباط است، حل می‌کنیم. سپس با استفاده از نتیجه و پاسخ مسئله ساده‌شده، جواب مسئله اصلی را به دست می‌آوریم. برای ساده کردن مسئله می‌توان از غده‌های تقریبی یا غده‌های کوچک‌تر استفاده کرد. برای نتیجه‌گیری و پیدا کردن پاسخ مسئله اصلی، از راهبرد الگوبندی استفاده می‌کنیم و الگوی کشف شده در مسئله ساده‌تر را به مسئله اصلی مرتبط می‌کنیم.

۱- قطر خورشید 1392530 کیلومتر و قطر کره زمین $12756/6$ کیلومتر است. قطر خورشید تقریباً چند برابر قطر زمین

است؟

برای ساده شدن مسئله بهتر است از عددهای ساده‌تر (برای مثال تقریبی از عدد) استفاده کنید. $1392530 = 10000000$
 خلاصه مسئله ساده‌شده را بنویسید و پاسخ دهید. $12756/6 =$



$$\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \dots + \frac{1}{1024}$$

۲- حاصل عبارات مقابل را به دست آورید.

به جای حل کردن عبارت بالا، ابتدا ساده‌شده این مسئله را حل کنید.

در پاسخ‌ها چه الگو و رابطه‌ای تشخیص می‌دهید که به کمک آن بتوانید پاسخ مسئله اصلی را بدون محاسبه بنویسید؟

۳- اگر 10 نقطه را که هیچ سه‌تایی آنها روی یک خط نیستند، دو به دو به هم وصل کنیم، چند باره خط به وجود می‌آید؟

تعداد باره خط‌ها در واقع مجموع تعداد ضلع‌ها و تعداد قطرهاست.

یک الگو بیابید و برای 10 نقطه نتیجه‌گیری کنید.





سیاری از مسئله‌ها را می‌توانیم به کمک نمادهای جبری به یک معادله تبدیل کنیم. از فصل سوم به بعد می‌توانید از این راهبرد نیز برای حل مسئله استفاده کنید. در بعضی از مسئله‌ها هم می‌توانیم از مدل‌سازی هندسی استفاده کنیم. تبدیل مسئله به یک شکل هندسی و حل هندسی آن نیز نوعی روش نمادین با مدل‌سازی به‌شمار می‌رود.

۱- احمد ۲۰۰۰۰ تومان پول داشت. او ۴ دفتر خرید و ۲۰۰۰۰ تومان برایش باقی ماند. قیمت هر دفتر چقدر است؟

$$20000 - 4x = 20000$$

مش این سؤال را می‌توانید با تسلیی مغالی نشان دهید.

مربع نشان دهنده چه چیزی است؟

اکنون می‌توانید عددی را که باید در مربع قرار گیرد، حدس بزنید و آزمایش کنید.

(در فصل سوم، این مسئله را به روش دیگری حل خواهید کرد.)

۲- فاطمه کتاب داستانی را در ۶ ساعت مطالعه کرد و ۱۰ صفحه از آن باقی ماند. اگر این کتاب ۱۰۰ صفحه داشته باشد، فاطمه

به‌طور متوسط در هر ساعت چند صفحه از آن را مطالعه کرده است؟

۳- یک سالن مستطیل‌شکل داریم. می‌خواهیم در مکانی از سقف این سالن، یک دریچه خنک‌کن (مقووب فرهنگستان

به‌عنوان معادل Cooler) قرار دهیم؛ به‌طوری‌که از ۴ گوشه آن به یک اندازه فاصله داشته باشد. محل دریچه را تعیین کنید.





در حل این مسئله‌ها از راهبردهایی که آموخته‌اید، استفاده کنید. ممکن است در حل مسئله‌ای راه جدیدی به ذهن شما برسد که با راهبردهای آموزش داده شده متفاوت باشد. برای حل مسئله‌ها می‌توانید از مانندین حساب استفاده کنید. درباره راهبردهای مختلف یا هم‌کلاسی‌های خود گفت‌وگو کنید. ممکن است یک مسئله یا چند راهبرد حل نبود با چند نفر از یک راهبرد استفاده کنند؛ ولی شیوه به کار بردن آنها متفاوت باشد. برای مثال چند نفر یک مسئله را با راهبرد رسم شکل حل می‌کنند؛ اما ممکن است نحوه شکل کشیدن آنها متفاوت باشد. در یک کلاس ریاضی خوب و فعال، تنوع راهبرد و راه حل وجود دارد.

۱- $\frac{1}{4}$ دانه آموزش کلاسی بسکبک و $\frac{1}{6}$ دانه آموزش آن کلاس، فوتبال بازی می‌کنند. سایر دانش‌آموزان که تعدادشان ۱۴ نفر است، بازی آنها را تماشا می‌کنند. این کلاس چند دانش‌آموز دارد؟

۲- مساحت مربعی به ضلع ۱۰۰ سانتی‌متر، ۱ متر مربع است. اگر از ضلع مربع ۱۰ درصد کم کنیم، مساحت مربع چند درصد کم می‌شود؟



۳- کشاورزی زمین خود را به نسبت‌های زیر بذر بانی کرده است:
گندم: ۴۵٪ جو: ۳۷/۵٪ ذرت: ۱۷/۵٪
اگر مساحت زمین او ۱۵ هکتار باشد، مساحت زیر کشت هر بذر را حساب کنید.

$$1 \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{4} \times \dots \times \frac{1}{100} =$$

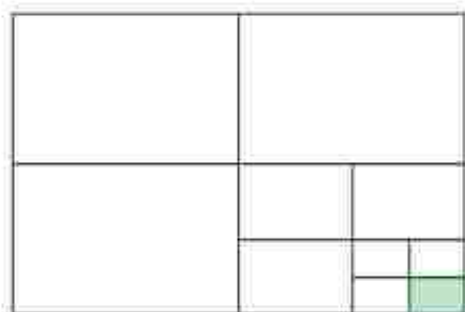
۴- حاصل عبارت روبرو را پیدا کنید.



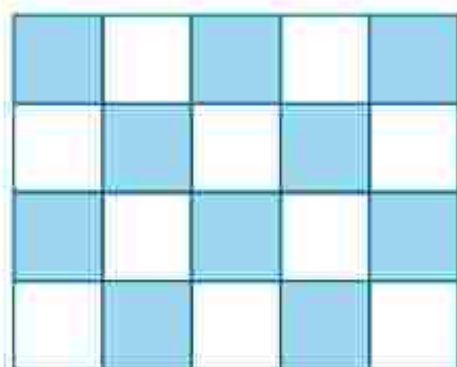
۵- در یک کارگاه تولیدی، ۴۹۶۰ جفت کفش تولید شده که $\frac{3}{4}$ آنها پسرانه و بقیه دخترانه است. اگر قیمت هر جفت کفش پسرانه ۳۵۰۰۰۰ تومان و قیمت هر جفت کفش دخترانه ۲۲۰۰۰۰ تومان باشند، درآمد این کارگاه چقدر است؟

۶- سارا یک بازی روی صفحه شطرنجی انجام می‌دهد. مهره او روی خانه $\left[\begin{smallmatrix} 3 \\ 3 \end{smallmatrix} \right]$ است. او ابتدا مهره‌اش را ۳ خانه به سمت راست، سپس ۴ خانه به سمت بالا و در انتها ۲ خانه به سمت چپ می‌برد. در حال حاضر مهره سارا روی کدام خانه قرار دارد؟

۷- چه کسری از شکل زیر رنگی است؟ توضیح دهید.



۸- اگر دیوارهای یک استخر با طرح زیر، کاشی کاری شده باشند، چه کسری از دیوار، کاشی آبی دارد؟



۹- در چند حالت، حاصل ضرب ۲ عدد طبیعی، ۳۶ می‌شود؟ در کدام حالت، حاصل جمع، کمترین مقدار است؟

۱۰- عددی را ۵ برابری ۳ واحد از آن کم کردیم؛ حاصل، ۳۲ شد. عدد مورد نظر چند است؟

در این قسمت برای خود فهرستی از راهبردهای حل مسئله تهیه کنید تا در هنگام حل فعالیت‌ها و مسئله‌های کتاب از آن بهره ببرید. هنگام حل مسئله می‌توانید از ماشین حساب نیز استفاده کنید.



فصل ۲

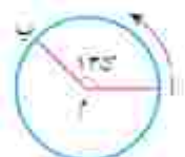
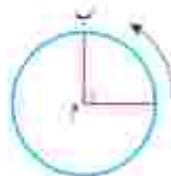
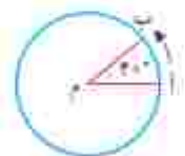
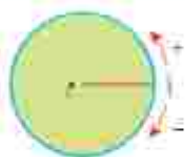
عددهای صحیح



از عددهای صحیح (علامت‌دار) می‌توان برای بیان وضعیت سرما و گرمای هوا، همچنین عمق و ارتفاع نسبت به سطح زمین یا سطح دریا استفاده کرد.

- معرفی عددهای علامت‌دار
- جمع و تفریق عددهای صحیح (۱)
- جمع و تفریق عددهای صحیح (۲)
- ضرب و تقسیم عددهای صحیح

۱- متحرکی از نقطه «ا» روی محیط دایره حرکت می‌کند تا به نقطه «ب» برسد و زاویه «ام ب» را بسازد. وقتی متحرک روی نقطه «ا» است اندازه زاویه صفر است. اندازه حرکت از زاویه‌های زیر را با توجه به جهت‌های مثبت و منفی مشخص شده، با یک عدد علامت‌دار نشان دهید.



۲- در سال گذشته با نمایش عددهای صحیح روی محور آشنا شدید و آموختید که قرینه هر عدد منفی عددی مثبت و قرینه هر عدد مثبت عددی منفی است. قرینه صفر هم خود صفر است. برای نمایش قرینه هر عدد از نماد «-» در سمت چپ آن عدد استفاده می‌کنیم. با کمک محور، مانند نمونه، تساوی‌ها را کامل کنید.



$$\text{قرینه } (+3) = -3$$

$$\text{قرینه } (+5) =$$

$$\text{قرینه } (+7) =$$

$$\text{قرینه } (-4) =$$

$$\text{قرینه } (-5) =$$

$$\text{قرینه } (-8) =$$

۳- مانند نمونه و به کمک محور بالا تساوی‌ها را کامل کنید.

$$\text{قرینه قرینه } (+5) = -(-(+5)) = +5$$

$$\text{قرینه قرینه } (+7) =$$

$$\text{قرینه قرینه } (-6) =$$

$$\text{قرینه قرینه } (-7) =$$

از تساوی‌های بالا چه نتیجه‌ای می‌گیرید؟

عددهای صحیح مثبت همان عددهای طبیعی اند. برای مثال می‌توان نوشت:

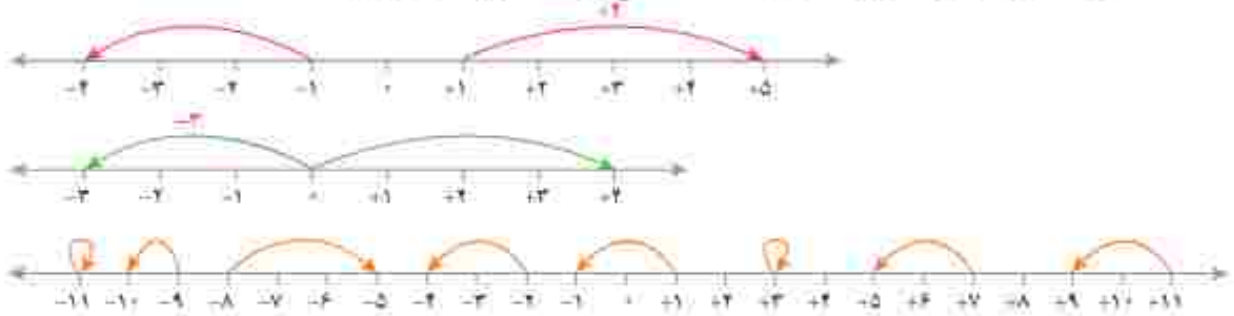
$$7, -3, -7$$

عددهای صحیح، شامل عددهایی صحیح مثبت، صفر و عددهای صحیح منفی می‌شوند.

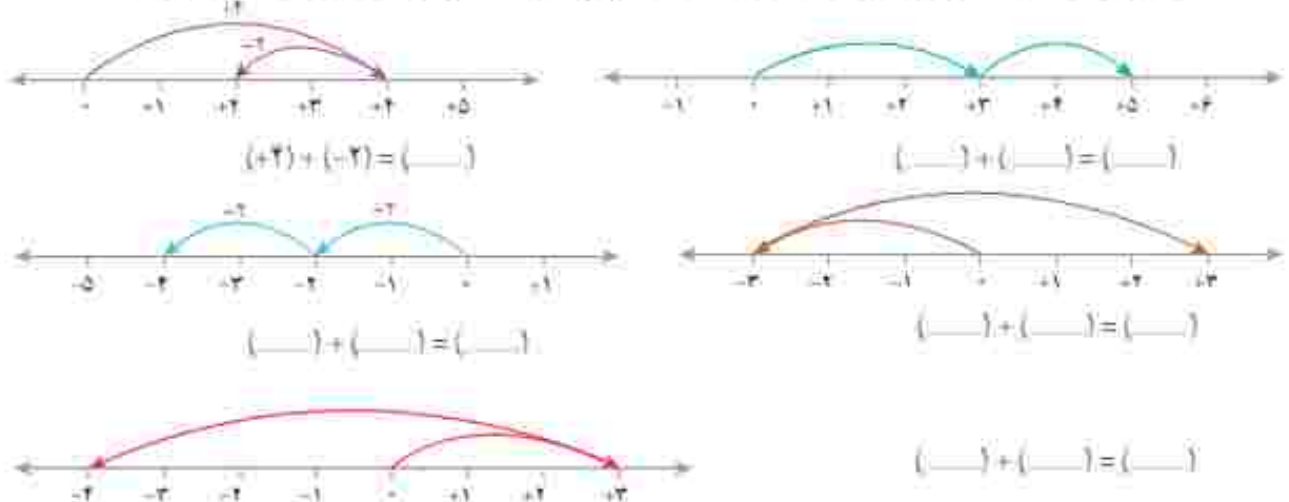
نمونه‌ها را کامل کنید.

$$\begin{array}{cccc}
 +15 = 15 & +2 = & -(+1) = & -(-4) = \\
 -(-(+7)) = & -(+1) = & +(-7) = -7 & +(-4) =
 \end{array}$$

۱- مانند نمونه‌ها برای هر حرکت روی محور، یک عدد صحیح (مثبت، منفی یا صفر) بنویسید.



۲- وقتی دو حرکت پشت سر هم انجام می‌شود، می‌توانیم یک جمع بنویسیم. مانند نمونه برای هر حرکت یک جمع بنویسید.



۳- عبارت $(+4) - (+2)$ را می‌توانید به صورت تفریق که در دوره ابتدایی می‌نوشتید، تبدیل کنید؛ یعنی: $(+4) - (+2) = 4 - 2$
 تفریق را هم می‌توانیم به صورت جمع عددهای صحیح بنویسیم؛ مانند: $4 - 2 = 4 + (-2)$

مانند نمونه‌ها تساوی‌ها را کامل کنید.

$$\begin{array}{ccc}
 -7 - 2 = -7 + (-2) & 8 - 5 = & -5 - (-3) = -5 - (-(-3)) = \\
 7 - 11 = & -4 - (-5) = & -5 - 6 =
 \end{array}$$

ابتدا تفریق‌ها را به جمع تبدیل کنید، سپس در دفتر خود برای هر جمع، یک محور رسم کنید و به کمک آن حاصل را به دست

آورید.

$$\begin{array}{cccc}
 8 + (-5) = & -4 + (+7) = & -8 + (+5) = & -3 - 1 =
 \end{array}$$

۱- جمع و تفریق‌ها را روی محور نشان دهید و حاصل را به دست آورید. ابتدا تفریق‌ها را به صورت جمع بنویسید.

$$(+2) + - =$$



$$+ + (-4) =$$



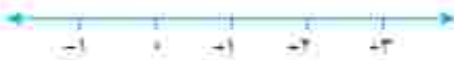
$$-3 - =$$



$$2 - =$$



$$-(-3) =$$



$$-+(-2) =$$



از این فعالیت چه نتیجه‌ای می‌گیرید؟

۲- جمع و تفریق‌ها را روی محور نشان دهید و حاصل را به دست آورید. ابتدا تفریق را به صورت جمع بنویسید.

$$(+5) + (-5) =$$



$$4 - 4 =$$



$$-3 + 3 =$$

از این فعالیت چه نتیجه‌ای می‌گیرید؟

۱- عددها را با هم مقایسه کنید.

$$-4 > -8$$

$$-27 > 1$$

$$0 > -14$$

$$-1 < -6$$

$$+7 < 7$$

$$+(-8) < -(+8)$$

۲- مانند نمونه، گسترده عددها را بنویسید و به جمع تبدیل کنید.

$$-237 \equiv -2 - 3 - 7 \equiv -2 + (-3) + (-7)$$

$$-1 < -8 \equiv$$

$$-2 < 4 \equiv$$

$$4 < 5 \equiv$$

۳- عدد قبل و بعد هر یک از عددها را بنویسید.

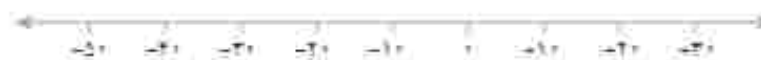
_____ و ۴۳) و _____

_____ و -5) و _____

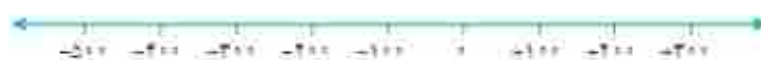
_____ و -۱۷) و _____

۴- عددها را به طور تقریبی روی محور نشان دهید.

۵ و -۱۵ و -۲۷ و ۳۱ و ۲۲



۲۲ و ۲۷۵ و -۱۵ و -۸ و ۲۵



۱- اگر هر دایره سفید (○) نشان دهنده +۱ و هر دایره سیاه (●) نشان دهنده -۱ باشد، وقتی مانند شکل زیر آنها را روی هم و داخل یک ظرف می‌ریزم (به عبارت دیگر با هم جمع می‌کنیم)، حاصل آن چقدر می‌شود؟ چرا؟



۲- با توجه به تعریف دایره‌های سیاه و سفید مشخص کنید هر شکل چه عددی را نشان می‌دهد؟



$$\underline{\quad} + \underline{\quad} = \underline{\quad}$$

برای شکل سوم یک عبارت جمع بنویسید.

۳- مانند نمونه، حاصل جمع و تفریق‌ها را با این روش پیدا کنید. فراموش نکنید که ابتدا باید تفریق را به جمع تبدیل کنید.

$$-۴ - (-۵) = -۴ + \overbrace{(-(-۵))}^{+۵} = -۴ + ۵ = +۱$$



$$-۶ + ۵ =$$

$$۵ + (-۶) =$$

$$-۸ - ۲ =$$

$$-۴ - (+۳) =$$

۴- علاوه بر این روش، پیدا کردن حاصل جمع و تفریق با محور را نیز آموخته‌اید.

اکنون با یکی از این دو روش، حاصل را به دست آورید. مانند نمونه برای هر کدام نتیجه را بنویسید.

$$(+۲) + ۴ =$$

$$۵ + ۱ =$$

$$(+۳) + (+۲) =$$

نتیجه: اگر هر دو عدد مثبت باشند، حاصل جمع آنها مثل جمع دو عدد طبیعی است.

$$-۳ - ۴ = -۳ + (-۴)$$

$$-۴ - (+۱) =$$

$$(-۴) + (-۲) =$$

نتیجه: اگر هر دو عدد منفی باشند.

حاصل جمع و تفریق‌ها را به دست آورید.

$$(+۴) + (+۶) =$$

$$-۶ + (-۷) =$$

$$(-۴) + (-۸) =$$

$$-۸ - ۵ =$$

$$(+۱۰) + (+۲۰) =$$

$$(-۴) - (+۶) =$$

$$-۴ - (+۴) =$$

$$-۷ - ۱۰ =$$

$$(+۱۰) + ۲۰ =$$

$$-۸ - ۳ =$$

$$(-۴) - (+۳) =$$

$$-۹ - ۱ =$$

در هر قسمت حاصل جمع و تفریق‌ها را به هر روشی که می‌شناسید، به دست آورید و نتیجه را بنویسید.

$$(+5) + (-3) =$$

$$4 + (-2) =$$

$$-4 + (+5) =$$

$$6 - 3 =$$

$$-3 + 7 =$$

نتیجه: اگر در جمع دو عدد صحیح، یکی از دو عدد مثبت و دیگری منفی باشد و بدون در نظر گرفتن علامت‌ها مقدار مثبت بیشتر باشد.

$$(+5) + (-8) =$$

$$4 + (-6) =$$

$$5 - (+7) =$$

$$7 - 9 =$$

نتیجه: اگر در جمع دو عدد، یکی از دو عدد مثبت و دیگری منفی باشد و بدون در نظر گرفتن علامت‌ها مقدار عدد منفی بیشتر باشد.

با توجه به نتایج بالا حاصل عبارت‌ها را به دست آورید.

$$(+5) + (-2) =$$

$$(+9) - (+7) =$$

$$-10 - (-20) =$$

$$-3 + 9 =$$

$$80 - 30 =$$

$$-18 + 10 =$$

$$(+5) + (-7) =$$

$$(+10) - (-20) =$$

$$(-8) - (-4) =$$

$$-20 + 100 =$$

$$-20 + 10 =$$

$$-40 + (+10) =$$

۱- عددها را از کوچک‌تر به بزرگ‌تر و از چپ به راست مرتب کنید.

$$23 - 12 \text{ و } 14 - 24 - 5 \text{ و } 10 \text{ و } 45 \text{ و } 15 - 5 \text{ و } 1 \text{ و } 2$$

پاسخ مسئله‌های زیر را در دفترتان بنویسید.

۲- طبقهٔ همکف یک ساختمان را یا صفر و طبقه‌های بالای همکف را با عددهای مثبت و طبقه‌های زیر همکف را با عددهای منفی

نتان می‌دهیم. حال مسئله زیر را حل کنید.

شخصی در طبقه ۵+ سوار آسانسور (آسان بر) شد. او ابتدا ۲ طبقه بالا رفت و پس از انجام کاری ۶ طبقه به پایین آمد و دوباره برای خرید جای ۲ طبقه پایین رفت و در همان طبقه هزینه‌های خرید خود را حساب کرد. سپس دوباره ۲ طبقه پایین رفت و در توقفگاه، سوار ماشین خود شد. ماشین این شخص در کدام طبقه بود است؟

۳- هواشناسی و پیش‌بینی وضعیت هوا یکی از مشاغلی است که علاوه بر دانش جغرافی به ریاضیات و به‌خصوص درس آمار و احتمال احتیاج دارد. کارشناس هواشناسی در اخبار ساعت ۹ شب اعلام کرد با ورود سامانه برف‌ناز، دمای هوا در شهر اردبیل در



حدود ۱۰ درجه سردتر می‌شود. در انتهای خبر، دمای هوای شهرهای مختلف توسط زیر نویس اعلام شد. دمای هوای اردبیل در حال حاضر ۳ درجه بالای صفر است. پس از ورود این سامانه دمای هوای اردبیل چند درجه خواهد شد؟

۴- دمای شهرهای کرمان، سنندج و یاسوج به ترتیب ۱۱ درجه بالای صفر، ۶ درجه زیر صفر و ۱۰ درجه زیر صفر است. سنندج چند درجه از کرمان سردتر است؟ یاسوج چند درجه از سنندج سردتر است؟

۵- در جای خالی، عدد مناسب بنویسید.

$$-8 + \square = -10$$

$$-10 + \square = 15$$

$$-4 + \square = -8$$

$$10 + \square = -20$$

$$10 + \square = 15$$

$$10 + \square = -5$$

$$-4 - \square = -8$$

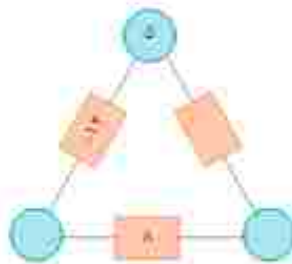
$$-3 - \square = +5$$

$$2 - \square = -8$$

$$4 - \square = -1$$

$$4 - \square = -8$$

$$-6 + \square = 15$$



۶- در مثلث مقابل، عدد روی هر ضلع، از مجموع عددهای دو رأس به دست می‌آید. جاهای خالی را کامل کنید.

۷- حاصل عبارت‌ها را به دست آورید.

$$10 - (-4) =$$

$$-8 - 4 =$$

$$-16 + 15 =$$

$$-14 + 20 =$$

$$-10 - (-5) =$$

$$-10 - (+5) =$$

$$10 - 6 =$$

$$10 - 20 =$$

$$-10 - (+20) =$$

$$10 - (+5) =$$

$$10 - (-5) =$$

$$-10 - (-20) =$$

جمع و تفریق عددهای صحیح (۲)

تعمیر

۱- مانند نمونه، جمع و تفریق دو عدد دورقمی را به جمع و تفریق عددهای یک رقمی تبدیل کنید. سپس با توجه به جدول، حاصل را به یک جمع تبدیل کنید.

بکان	دهگان
۴	۳
۷	۲

$$\begin{aligned}
 & 30 + 4 \\
 & -20 + (-7) \\
 \hline
 & 10 + (-3) = 10 - 3 = 7
 \end{aligned}$$

ی	د
۷	۲
۹	۳

ی	د
۷	۱
۴	۲

ی	د
۲	۴
۱	۵

به همین ترتیب می‌توانید جمع و تفریق چند عدد دورقمی را انجام دهید.

ی	د
۷	۶
۳	۲
۱	۳

ی	د
۳	۲
۱	۵
۴	۳

$$\begin{aligned}
 & -40 + (-2) \\
 & +50 + 1 \\
 \hline
 & -30 + (-4)
 \end{aligned}$$

۲- حاصل عبارت‌های ردیف اول سؤال ۱ را به کمک ۴ قانونی که در درس قبل نتیجه گرفتید بنویسید. روش کار را توضیح دهید.

$$\begin{aligned}
 & 27 - 39 = \\
 & -17 - 24 = \\
 & -42 + 51 =
 \end{aligned}$$

حاصل عبارت‌ها را مانند نمونه بالا انجام دهید.

ی	د
۴	۲
۹	۴

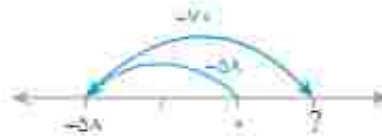
ی	د
۱	۸
۵	۳

ی	د
۳	۴
۵	۷

کار بر کاغذ

۱- در این نمونه به کمک محور و به صورت تقریبی محل جواب و علامت آن تعیین می‌شود و از روی حرکت پیکان (بیکانه) می‌توان زوش محاسبه را حدس زد. با توجه به شکل، حاصل، مثبت و جواب $70 - 58 = 12$ است.

$$-58 + 70 =$$



اکنون حاصل عبارت‌های زیر را به دست آورید. برای هر کدام یک محور و حرکت تقریبی رسم کنید.

$$-43 - 45 =$$




$$-81 + (-57) =$$



$$65 - 73 =$$



۲- حاصل هر عبارت را به کمک ماشین حساب به دست آورید و درستی پاسخ‌های خود را بررسی کنید.

برای منفی کردن عددها از کلید  استفاده کنید. این کلید عدد روی صفحه را قرینه می‌کند. برای وارد کردن عدد -43

دکمه‌ها را به ترتیب از چپ به راست وارد کنید.

برای رسیدن به -43 چه راه حل دیگری دارید؟



۱- بدون محاسبه کردن فقط تعیین کنید که حاصل عبارت، مثبت است یا منفی.

$$-80 + 113 =$$

$$-40 - 90 =$$

$$100 - 200 =$$

$$100 + (-50) =$$

۲- حاصل عبارت‌ها را مانند نمونه به صورت تقریبی به دست آورید.

$$-137 + 271 = -100 + 200 = 200$$

$$-471 + 182 =$$

$$502 - 794 =$$

$$-471 - 211 =$$

۳- حاصل دقیق عبارت‌های بالا را با ماشین حساب به دست آورید و با پاسخ خود مقایسه کنید.

۱- حاصل عبارت‌های زیر را به دست آورید.

ص	د	ی
۱	۲	۴
۲	۳	۷

ص	د	ی
۱	۲	۵
۲	۳	۱

ص	د	ی
۳	۳	۱
۲	۵	۷



۲- یک زیردریایی ۴۵۰ متر پایین‌تر از سطح دریا قرار دارد. زیردریایی دیگری ۱۵۰ متر بالاتر از آن است. موقعیت زیردریایی دوم نسبت به سطح دریا را با یک عدد علامت‌دار نشان دهید.

۳- از هر روشی که می‌خواهید حاصل را به دست آورید.

$$(-7) + ((-4) + (-5)) =$$

$$(-13) + ((-9) + 17) =$$

$$136 - 26 =$$

$$(-26) - (-17) =$$

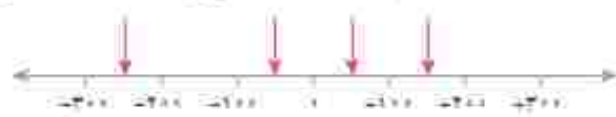
$$(-27) - (-8) =$$

$$12 + 15 - 7 =$$

$$15 - 9 - 8 =$$

$$17 - 25 - 12 =$$

۴- ساختمانی از ۷ طبقه روی همکف و ۳ طبقه زیر همکف تشکیل شده است. احمد در طبقه ۲- است. او ابتدا ۳ طبقه بالا رفت؛ بعداً ۲ طبقه پایین آمد و از آنجا ۵ طبقه بالا رفت. احمد هم‌اکنون در کدام طبقه است؟
سه نقاط مشخص شده به‌طور تقریبی چه عددی را نشان می‌دهند؟



۶- حاصل عبارت‌های زیر را به صورت تقریبی به دست آورید.

$$-71 + 59 =$$

$$-83 - 48 =$$

$$-41 + 37 - 82 =$$

$$37 - 71 =$$

حاصل هر عبارت بالا را با ماشین حساب به دست آورید و با پاسخ خود مقایسه کنید.

۷- جاهای خالی را کامل کنید.

-۸		۴
	۱	
-۲		۵



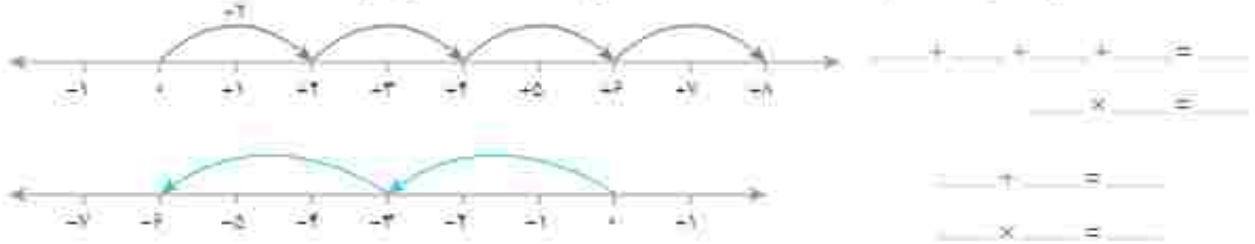
	۳	
۶		-۷
	۴	

-۱۰



۵
-۸

۱- به کمک محور و حرکت انجام شده روی آن، یک عبارت جمع و یک عبارت ضرب بنویسید و حاصل را به دست آورید.



۲- به الگوهای عددی زیر توجه کنید. پس از این که رابطه بین عددها را پیدا کردید، جملات زیر هر کدام را کامل کنید؛ سپس بقیه هر الگو را بنویسید.

$2 \times (-3) = -6$	$\downarrow +2$
$3 \times (-3) = -9$	
$4 \times (-3) = -12$	
$5 \times (-3) = -15$	
$6 \times (-3) = -18$	
$7 \times (-3) = -21$	
$8 \times (-3) = -24$	
$9 \times (-3) = -27$	
$10 \times (-3) = -30$	

حاصل ضربها _____ اضافه می‌شوند.

$2 \times 3 = 6$	$\downarrow +2$
$3 \times 3 = 9$	
$4 \times 3 = 12$	
$5 \times 3 = 15$	
$6 \times 3 = 18$	
$7 \times 3 = 21$	
$8 \times 3 = 24$	
$9 \times 3 = 27$	
$10 \times 3 = 30$	

حاصل ضربها _____ کم می‌شوند.

+					+	3	12	16
+					+	4	16	20
+					+	5	20	25
+					+	6	24	30
+					+	7	28	35
+					+	8	32	40
+					+	9	36	45
+					+	10	40	50
+					+	11	44	55
+					+	12	48	60
-					-	3	-12	-16
-					-	4	-16	-20
-					-	5	-20	-25
-					-	6	-24	-30
-					-	7	-28	-35
-					-	8	-32	-40
-					-	9	-36	-45
-					-	10	-40	-50
-					-	11	-44	-55
-					-	12	-48	-60
x	-	+	-	-	-	+	+	+

با توجه به الگویی که کشف کرده‌اید، جدول ضرب مقابل را کامل کنید.

x	+	-
+		
-		

با توجه به فعالیت بالا جدول مقابل را کامل کنید.

$-2 \times (-8) =$

$(+5) \times (-3) =$

$(-6) \times (-7) =$

$-7 \times 5 =$

به کمک آن حاصل ضربها را بنویسید.

۱- جملات زیر را کامل کنید.

* اگر حاصل ضرب یک عدد طبیعی در یک عدد صحیح، منفی شود، آن عدد صحیح — است.

* اگر حاصل تقسیم دو عدد صحیح بر هم عددی منفی شود، یکی از آن عددهای صحیح — و دیگری — است.

* اگر ضرب دو عدد صحیح، صفر شود، حداقل یکی از آنها — است.

* اگر حاصل تقسیم دو عدد صحیح، مثبت باشد، ضرب آن دو عدد صحیح — است.

۲- بدون محاسبه مشخص کنید که حاصل عبارات، مثبت است یا منفی.

$$(-41 - 8) \times (-5 + 6) =$$

$$(-17 + 5) \times (-4 + 2) =$$

$$(-8 - 4) \times (-4 + 5) =$$

$$(-8 + 4) \times (-2 \times 3) =$$

۳- در جاهای خالی، عدد مناسب بنویسید.

$$(-20) \div \quad = 20$$

$$-400 \div \quad = -80$$

$$(+100) \div \quad = -20$$

$$20 \div \quad = -4$$

$$-8 \times \quad = 80$$

$$-100 \div \quad = 20$$

۴- همه عددهای صحیح ممکن را که می توانید به جای \triangle و \square قرار بگیرید، بنویسید. $\square \times \triangle = -12$

۵- حاصل عبارتهای زیر را به دست آورید.

$$((-2) + (+3)) \times (-5) =$$

$$((+2) + (-7)) \div (-5) =$$

$$(-5 - 4) \times (+6) =$$

$$-5 \times (-4 - (+3)) =$$

۶- قطاری از مشهد به سوی تهران در حرکت است. طول مسیر 1200 کیلومتر است و قطار در هر ساعت 60 کیلومتر حرکت

می کند. شهر شاهرود را که در نیمه راه است، مبدأ مقایسه در نظر بگیرید. زمان رسیدن به شاهرود را صفر و قبل از آن را منفی و بعد از

آن را مثبت در نظر بگیرید و به سوال های زیر پاسخ دهید:

قطار چه ساعتی از مشهد حرکت کرده است؟

چه ساعتی به تهران می رسد؟

قطار در ساعت ۳- در چه فاصله ای از شاهرود بوده است؟

در چه ساعتی 240 کیلومتر بعد از شاهرود است؟

جدول زیر را کامل کنید.



زمان (بر حسب ساعت)	-10	-8	-6	-4	-2	0	2	4	6	8	10
مکان قطار نسبت به شاهرود	-600	-480									

در این فصل، اصطلاحات زیر به کار رفته‌اند. مطمئن شوید که می‌توانید با جملات خود، آنها را تعریف کنید. برای هر کدام یک مثال بزنید.

• عدد علامت‌دار • عدد صحیح • قرینه عدد • گسترده عدد صحیح

در این فصل روش‌های اصلی زیر مطرح شده‌اند. با یک مثال هر کدام را توضیح دهید و در دفتر خود یک خلاصه درس تهیه کنید.

• قراردادی برای جهت‌های مثبت و منفی

• محور عددهای صحیح و مرتب کردن عددهای صحیح (مثبت - صفر - منفی)

• قرینه قرینه یک عدد صحیح

• هر عدد صحیح مثبت، عددی طبیعی است.

• تبدیل تفریق به جمع

• جمع و تفریق روی محور

• جمع و تفریق با دایره‌های سیاه و سفید

• مقایسه و مرتب کردن عددهای صحیح

• جمع و تفریق دو عدد صحیح

• تعیین علامت در ضرب و تقسیم

• ضرب و تقسیم دو عدد صحیح

• انجام عملیات عددهای صحیح به صورت ذهنی

• انجام عملیات عددهای صحیح به صورت تقریبی و با ماشین حساب

• حل مسأله مربوط به عددهای صحیح

کاربرد این درس را در فصل‌های بعد نیز خواهید دید. در فصل عبارات جبری، ساده کردن عبارات‌های جبری به محاسبه عددهای صحیح تبدیل می‌شود.

این درس در زندگی روزمره، برای نشان دادن عددهای علامت‌دار مثل درجه هوا، ارتفاع نسبت به سطح دریا و ... کاربرد دارد. شما می‌توانید کاربردهای دیگری برای آن پیدا کنید؟

در صورتی که بتوانید تمرین‌های ترکیبی زیر را انجام دهید، مطمئن می‌شوید که این فصل را به خوبی آموخته‌اید.

۱- حاصل عبارات‌های زیر را به دست آورید.

$$-8 - (-4) =$$

$$(-6) + (-3 - 7) \times (-2 + 18) =$$

$$-16 - (+4) =$$

$$-2 + 5 =$$

$$-4 - 2 + 1 =$$

۲- دمای هوا در تبریز دو درجه زیر صفر و دمای اردبیل ۳ برآورد است. میانگین دمای این دو شهر چند درجه است؟



جبر و معادله

فصل ۳



- الگوهای عددی
- عبارتهای جبری
- مقدار عددی یک عبارت جبری
- معادله

تبدیل مسأله‌های زندگی روزمره به عبارات و معادله‌های ریاضی را مثل سازی می‌گویند. برای مثال هزینه کرایه یک اتوبوس عبارت است از یک قیمت ثابت برای ۳ ساعت اول و یک قیمت برای هر ساعت اضافه بعد از ۳ ساعت. بنابراین می‌توان هزینه اتوبوس را به صورت یک عبارت جبری به صورت $C = a + nb$ نمایش داد. حروف a ، b و n یا C به چه معنی هستند؟

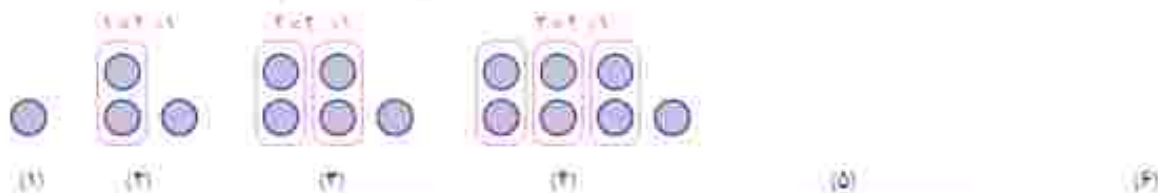


۱- یک تنگ گنسی به شکل مربع است. جدول زیر را کامل کنید:

اندازه ضلع تنگ	۴	۶.۵	$5\frac{1}{3}$				
محیط تنگ				۳۲	۲۰		



۲- اکنون با توجه به شکل های زیر و الگویی که مشاهده می کنید، ابتدا شکل پنجم و ششم را رسم و سپس جدول را کامل کنید.



شماره شکل	۱	۲	۳	۴	۵	۶	...	۱۱
تعداد دایره								

۳- شکل های زیر با چوب کبریت درست شده اند و به همین ترتیب ادامه پیدا می کنند. با توجه به الگویی آنها جدول را کامل کنید.



شماره شکل	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰
تعداد چوب کبریت	۳	۵								

با توجه به الگویی که در جدول مشاهده می کنید، توضیح دهید چه رابطه ای بین شماره شکل و تعداد چوب کبریت ها وجود دارد؟ شکل ۱۱م چند چوب کبریت خواهد داشت؟ تعداد چوب کبریت ها را بر حسب ۱۱ بنویسید. حال با توجه به رابطه ای که به دست آورده اید، تعداد چوب کبریت های شکل بیستم را پیدا کنید.

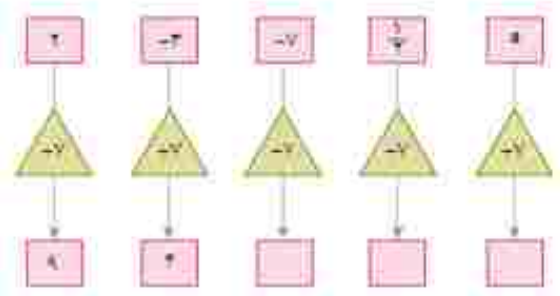
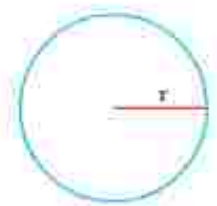
در فعالیت بالا، محیط یک مربع به ضلع a ، برابر با $4 \times a = 4a$ است. حرف a یک **متغیر** نامیده می شود. در **جواب**،

متغیرها، نمادهایی برای بیان عددهای نامعلوم یا مقادیر غیر مشخص اند.

۱- در دایره یا محیط و مساحت دایره آشنا شده‌اید. محیط و مساحت دایره را با استفاده از متغیرها نشان دهید.

مساحت $S = 3.14 \times \dots \times \dots$

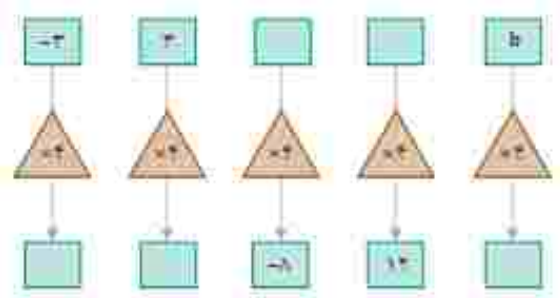
محیط $P =$



۲- نمودار مقابل چه کاری انجام می‌دهد؟

توضیح دهید:

نمودارها را کامل کنید.



۳- این نمودارها چه کاری انجام می‌دهند؟

توضیح دهید:

نمودارها را کامل کنید.

۴- جمله nام الگوهای عددی را مانند نمونه بنویسید، ابتدا سه عدد بعدی هر الگو را بنویسید.

۲n و ... و ... و ... و ... و ۲ و ۴ و ۶ و ۸ و ۱۰

... و ... و ... و ... و ۵ و ۱۰ و ۱۵ و ۲۰

... و ... و ... و ... و ۳ و ۶ و ۹ و ۱۲

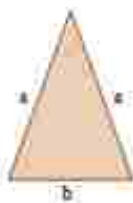
... و ... و ... و ... و ۱ و ۳ و ۵ و ۷

به کمک حروف و نوشتن عبارتهای جبری، قوانینی را که ناگه در ریاضی آموخته‌اید و با عبارت کلامی بیان می‌کردید، می‌توانید به صورت جبری بنویسید. برای مثال می‌دانیم عمل جمع، خاصیت جابه‌جایی دارد؛ یعنی $a + b = b + a$ است. حالا معنای هر تساوی را بیان کنید.

$a + b = a + b$

$a \times b = b \times a$

$1 \times a = a$



۱- در مثلث متساوی الساقین مقابل، اندازه ساق را با a و قاعده را با b نشان می‌دهیم.

الف) چرا هر دو ساق را با a نشان می‌دهیم؟

ب) محیط مثلث را به دست آورید.

ج) مساحت مستطیل را با عبارات جبری بنویسید.

محیط = $P = \underline{\hspace{2cm}} + \underline{\hspace{2cm}} + \underline{\hspace{2cm}}$



مساحت = $S = \underline{\hspace{2cm}} \times \underline{\hspace{2cm}}$

۲- هزینه چاپ کارت ویزیت به این شرح حساب می‌شود: 3000 تومان قیمت پایه و 1000 تومان برای هر کارت. هزینه چاپ n کارت

چقدر می‌شود؟



۳- حمید هر روز چند صفحه قرآن می‌خواند. اگر n تعداد صفحاتی باشد که حمید در

یک روز می‌خواند، تعداد صفحاتی را که او در یک هفته می‌خواند، با یک عبارت جبری نشان

دهید.

۴- هیئت مدیره مجتمع فرهنگی اردویی شهید باهنر تهران رابطه‌ای را برای نحوه تعیین

هزینه اردوهای دانش‌آموزی در این مرکز تعیین کرد. در این رابطه هزینه ورودی n تومان و

بهازای هر دانش‌آموز b تومان دریافت می‌شود. اگر مدرسه‌ای n دانش‌آموز به اردوگاه بیاورد،

هزینه‌اش از چه رابطه‌ای به دست می‌آید؟

در سال تحصیلی $1403-1404$ قیمت ورودی مدرسه 30000 تومان و هزینه هر دانش‌آموز 30000 تومان است. در این صورت

رابطه محاسبه هزینه در این سال تحصیلی را بنویسید.

ک- جمله n ام الگوهای زیر را بنویسید.

... و ۱۶ و ۱۲ و ۸ و ۴

... و $\frac{1}{4}$ و $\frac{1}{3}$ و $\frac{1}{2}$ و ۱



(۱)



(۲)



(۳)

۶- شکل n ام چند جویب گریب خواهد داشت؟



۷- اگر عدد x وارد نمودارهای روبه‌رو شود، چه عددی



خارج خواهد شد؟ تفاوت این دو نمودار را توضیح دهید.



۱- محیط مربع مقابل را به دست آورید.

$$P = _ + _ + _ + _$$

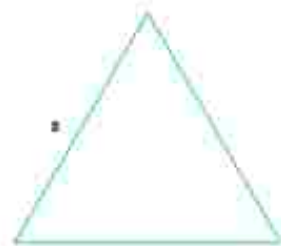
در درس قبل محیط مربع به صورت $4a$ نوشته شده است؛ درستی این تساوی را توضیح دهید.

$$a + a + a + a = 4a$$

۲- محیط مثلث متساوی الاضلاع را به دو صورت به دست آورید.



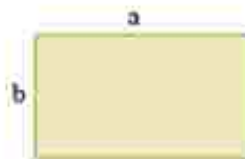
$$a + a + a = 3 \times a$$



۳- حالا محیط مثلث متساوی الساقین و مستطیل را به دست آورید.



$$P = _ + _ + _ =$$



$$P = _ + _ + _ + _ =$$

آیا می‌توانیم a را با a جمع کنیم؟ چرا؟

آیا می‌توانیم a را با b جمع کنیم و یا یک جمله شان دهیم؟ چرا؟

یک عبارت جبری، شامل یک یا چند عدد، متغیر و عمل‌هایی مثل جمع، تفریق، ضرب و تقسیم است. در زیر نمونه‌هایی از عبارت‌های جبری آورده شده است:

$$3x - 7$$

$$5x$$

$$m \times 5n$$

$$4 + \frac{p}{q}$$

در یک عبارت جبری، اغلب از علامت « \times » یا براکت برای نشان دادن عمل ضرب استفاده می‌کنند و از نماد « \cdot » بیهوده می‌شود؛ زیرا ممکن است علامت ضرب یا نماد انگلیسی « e » به عنوان یک متغیر، اشتباه شود. در زیر حاصل ضرب دو متغیر x و y را به صورت‌های مختلف نمایش داده‌ایم که همگی آنها، یکسان‌اند و هیچ تفرقی با یکدیگر ندارند:

$$xy \cdot x \cdot y \cdot x(y) \cdot (x)y \cdot (x)(y)$$

۱- در بعضی از کنورها میوه را به صورت دانه‌ای می‌فروشند. اگر قیمت هر سیب را a و قیمت هر گلابی را b نشان دهیم، موارد زیر را با عبارات جبری نشان دهید.

قیمت ۵ سیب:

قیمت ۷ گلابی:

قیمت ۳ سیب و ۲ گلابی:

اگر فردی از میوه فروشی در یک روز ۳ سیب و در روز بعد ۲ سیب و ۴ گلابی خریده باشد، مجموع هزینه این دو خرید چقدر می‌شود؟

هزینه = _____ + _____ = _____

خرید دوم خرید اول

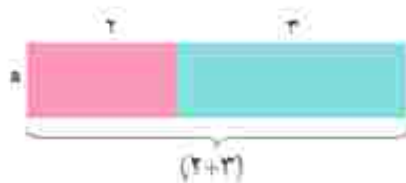


۲- الف) مساحت هر دو مستطیل را با عبارات جبری نشان دهید.

$S_1 =$ مساحت مستطیل (۱) $S_2 =$ مساحت مستطیل (۲)

$S = S_1 + S_2 =$ _____ + _____

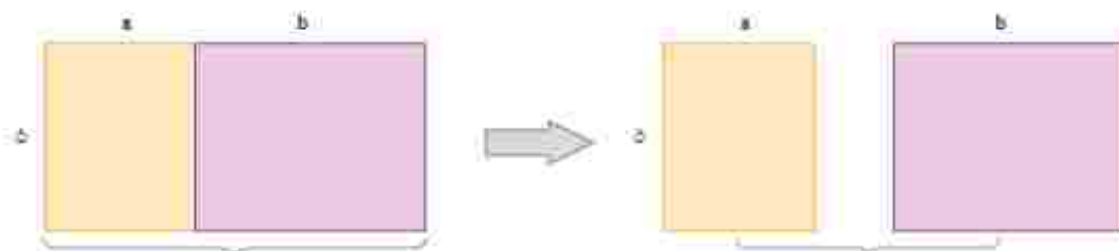
ب) دو مستطیل را کنار هم گذاشته‌ایم. توضیح دهید مساحت این شکل چگونه بدست آمده است؟



$S = (2+3)a$

ج) پاسخ‌های الف و ب را با هم مقایسه کنید.

۳- مانند سؤال ۲ برای شکل زیر یک تساوی بنویسید.



توضیح دهید که با کمک تساوی بالا چگونه می‌توان یک عدد بیرون برانتز را در جمله‌های آن ضرب کرد.

هر کدام از عبارات های ۲، a ، $3a$ ، $8a$ ، $5a$ یک جمله است. در جمله a و $3a$ مشابهند؛ اما $8a$ و $5a$ مشابه نیستند. برای ساده کردن عبارات های جبری، فقط جمله های مشابه را در نظر می‌گیریم و آنها را با هم جمع یا تفریق می‌کنیم. البته در ساده کردن یک عبارت جبری، استفاده از قوانین مربوط به اعمال که در درس های گذشته خوانده‌اید (مانند ضرب عددهای منفی در مثبت، منفی در منفی، مثبت در مثبت) باید رعایت شود. خاصیت جابه جایی اعمال جمع و ضرب، خاصیت شرکت پذیری ضرب و بی اثر بودن برانتز در ضرب، $(a+b)$ ، (ab) ، از اهمیت زیادی برخوردار است.

حاصل عبارات‌های جبری زیر را به ساده‌ترین صورت ممکن بنویسید.

$$(3n+1)-(2n+1)=3n+1-2n-1=0n+2$$

$$3a-8b+6a+6b=$$

$$2x-6y+1-2x+2y+7=$$

$$(4n-7)+(7n+4)=$$

$$7a+6a-2a+3b=$$

$$2x-4y+7-2x+2y+1=$$

در زیر نحوه جمع کردن **جملات مشابه** در عبارات جبری مشخص شده است.



$$6x+5y-2x+8y=(6x-2x)+(5y+8y)=(6-2)x+(5+8)y=4x+13y$$

همچنین نحوه ضرب کردن یک عدد در براکت مشخص شده است.



$$2(2x-5y)=2 \times 2x-2 \times 5y=4x-10y$$

$$-(2x-5y)=-1 \times 2x-1 \times (-5y)=-2x+5y$$

توضیح دهید که چگونه از روی عددی صحیح که در فصل دوم آموختید، برای ساده کردن عبارات‌های جبری استفاده می‌کنید.

۱- عبارات‌های کلامی زیر را به عبارات جبری تبدیل کنید.

الف) هشت واحد بیشتر از یک عدد ب) هفت تا کمتر از ۴ برابر یک عدد

ج) نه تا بیشتر از حاصل تقسیم یک عدد بر ۵ د) دو سوم محیط (P)

۲- فاطمه قصد دارد با جمع کردن پول خود یک جادر طلی که توسط بنیاد ملی مد و لباس اسلامی - ایرانی

معرفی شده است، خریداری کند. قیمت این جادر ۵۵۰۰۰ است که در آن ۱۰۰۰۰ قیمت یک متر جادر و ۵ هزینه دوخت

جادر است. اگر جادر را متری ۱۵۰۰۰۰ تومان خریده باشد و هزینه دوخت آن ۱۰۰۰۰۰ تومان باشد، پول جادر

فاطمه چقدر می‌شود؟

۳- عبارات‌های جبری زیر را به صورت کلامی توضیح دهید.

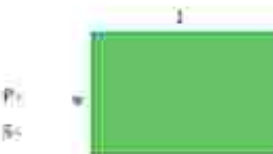
$$4x-7$$

$$a+8$$

$$7x$$



۴- محیط و مساحت شکل‌های زیر را به صورت جبری بنویسید.



۵- عبارات‌های جبری زیر را ساده کنید.

$$1) 3a-8+7a+6b$$

$$2) 2(2x-1)+3x-7$$

$$3) 6-7c+9b-2f+5c$$

$$1) (2x-8)-(3x+7)$$

$$2) 2x-7-(4x+8)$$

$$3) 4(y+x+2)-8(x-y+1)$$

۶- کدام عبارات جبری زیر را می‌توان به صورت ساده‌تری نوشت؟ چرا؟

$$1) -u+3v+4$$

$$2) 7m-9n$$

$$1) t+5t$$

$$2) 3z+9y$$

۱- به شیوهٔ شمارش تعداد دایره‌ها توجه کنید. چه رابطه‌ای بین آن و شمارهٔ شکل‌ها وجود دارد؟



الف) تعداد دایره‌های شکل ۴ و شکل n را بنویسید.

ب) با کمک عبارتی که برای جمله n ام نوشته‌اید، تعداد دایره‌های شکل دهم را پیدا کنید.

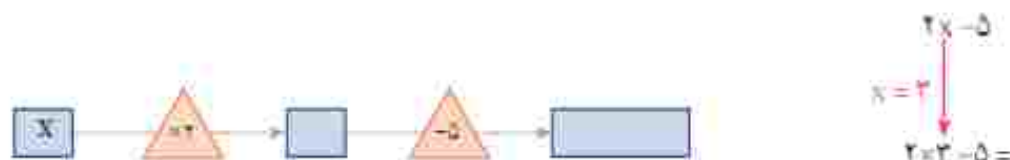
۲- اگر جمله n ام یک الگو $2n-5$ باشد، جمله چهارم و دهم را پیدا کنید.

۳- عبارت $2n-7$ را به ازای عددی داده شده پیدا کنید. مانند نمونه راه حل را بنویسید.

n	۶	۳	۱	۸	-۵	-۷	$\frac{۳}{۲}$
$2n-7$	$2 \times 6 - 7 = 5$						

۴- برای پیدا کردن محیط تنگ گنسی رابطه $P = 2n$ نوشته شده است. محیط یک تنگ گنسی به طول ۵ متر را پیدا کنید.

۵- در نمودار جبری زیر به جای x مقدار ۳ را قرار دهید و حاصل را پیدا کنید. عبارت‌های جبری نمودار را کامل کنید.



در یک عبارت جبری اگر به جای متغیر یا متغیرها، عدد یا عددی معینی قرار دهیم، مقدار عددی آن عبارت بدست می‌آید.

در انجام عملیات محاسبه مقدار عبارت، ترتیب انجام عملیات را که سال گذشته آموخته‌اید، رعایت کنید. در مثال زیر به نحوهٔ ساختن

یک عبارت عددی و سپس محاسبه و رعایت ترتیب انجام عملیات توجه کنید.

$$a = (a - 2b) \quad a = 5 \quad b = 3$$

$$5 - (5 - 2 \times 3) = 5 - (5 - 6) = 5 - (-1) = 5 + 1 = 6$$

۱- حسن و حسین مقدار عددی عبارت جبری زیر را به ازای $a=3$ و $b=6$ محاسبه کرده اند؛ کدام یک پاسخ را درست به دست آورده است؟ دلیل خود را بنویسید.

$$2(a+2b+3)$$

حسن: $2(6+2 \times 3)$

$$= 2 \times (6+6)$$

$$= 2 \times 12 = 24$$

حسین: $2(6+2 \times 3)$

$$= 2 \times (3+6)$$

$$= 2 \times 9 = 18$$

۲- مقدار عددی عبارت را به ازای $a=2$ به دست آورید.

$$\frac{2a-1}{1+2a}$$

۳- مستطیل مقابل را در نظر بگیرید.



الف) یک عبارت جبری برای پیدا کردن مساحت آن بنویسید.

ب) اگر $a=4$ باشد، مساحت مستطیل را پیدا کنید.

۴- مقدار عددی عبارت زیر را به ازای $x=3$ و $y=4$ به دست آورید.

$$x(y-y-8)+12=$$

مقدار عددی عبارت جبری زیر را به ازای $x=2$ و $y=3$ پیدا کنید.

$$3(2x-3y)-5(x-2y)$$

$$3(2 \times 2 - 3 \times 3) - 5(2 - 2 \times 3) =$$

اکنون ابتدا عبارت جبری را ساده کنید؛ سپس مقدار آن را به ازای عددی داده شده، پیدا کنید.

$$3(2x-3y)-5(x-2y) \equiv$$

از مقایسه جواب ها چه نتیجه ای می گیرید؟

۱- سارا از یک فروشگاه کتاب تعداد n جلد کتاب نو به مبلغ هر کدام ۷۰۰۰۰ تومان و s جلد کتاب دست دوم به مبلغ هر کدام ۲۰۰۰۰ تومان خریده است.

الف) یک عبارت جبری برای مجموع خرید سارا بنویسید.

ب) اگر سارا ۳ کتاب نو و ۶ کتاب دست دوم خریده باشد، در مجموع چه مبلغی پرداخت کرده است؟



۲- کتابخانه ملی یکی از مراکز معتبر در ایران است که کتاب‌های خطی و جایی دانشندان ایرانی در دوران پانکوه تمدن اسلامی (مخصوصاً کتاب‌های قرنی‌های دوم تا هفتم هجری) را نگهداری می‌کند. اگر III نسخه خطی و II نسخه جایی در این کتابخانه نگهداری شود و از هر نسخه خطی ۲ میکروفیلم (رزفیلیم) و از هر نسخه جایی یک میکروفیلم تهیه شده باشد، تعداد کل میکروفیلم‌ها را با یک عبارت جبری نشان دهید.

اگر ۱۰۰۰ نسخه خطی و ۵۰۰ نسخه جایی وجود داشته باشد، تعداد کل میکروفیلم‌ها را پیدا کنید.

۳- مقدار عددی عبارت‌های جبری را به ازای عدددهای داده‌شده به دست آورید.

$$m + (n-1)(n-1) \quad m=4 \quad n=-4 \quad -6x + y(x-y) \quad x=8 \quad y=1$$

a	۲	-5	$\frac{7}{4}$
$n=7$			

b	۲	-۲	۰	$-\frac{1}{4}$
$-3b+4$				

۴- مدیر یک دبیرستان قصد دارد دانش‌آموزان پایه هفتم را برای بازدید از مناطق جنگی به شلمچه و هویزه اعزام کند. هزینه بلیت قطار برای هر دانش‌آموز از تهران تا خرمشهر، ۳۳۰ هزار تومان است.

الف) هزینه خرید بلیت برای n دانش‌آموز را به صورت یک عبارت جبری بنویسید.

ب) اگر مدرسه دارای ۱۲۰ دانش‌آموز در پایه هفتم باشد، برای تهیه بلیت قطار دانش‌آموزان چند نفر باید بپردازند؟

۵- مقدار عددی عبارت‌های جبری را به ازای عدددهای داده‌شده به دست آورید.

$$\begin{cases} x=10 \\ y=20 \end{cases} \quad 4x-3y+7x-2(2x-y+3) \quad \begin{cases} x=17 \\ y=-6 \end{cases} \quad 2(x-3y+1)-(2x-6y-2)$$

۱- محیط مربعی ۱۲ متر است. طول ضلع آن چقدر است؟

در تساوی مقابل عدد ۱۲ را به جای چه حرفی باید قرار دهید؟ چرا؟

$$p = 4a$$

چه چیزی مجهول است و باید مقدار آن را به دست آورید؟

این مقدار از حل کدام رابطه به دست آمده است؟

۲- حالا می خواهیم بینم پاسخ رابطه $6n + 7 = 37$ چیست: یعنی چه عددی به جای n در نظر بگیریم تا تساوی برقرار شود؟ برای

این کار به جای n عددهای مختلف را قرار دهید. درستی یا نادرستی تساوی را بررسی کنید.

n	۳	۴	۵	۶
$6n + 7 = 37$	$6 \times 3 + 7 = 25 = 37$			

کدام عدد تساوی را برقرار کرد؟

پاسخ معادله چیست؟

به یک تساوی جبری که به ازای بعضی از عددها به تساوی عددی تبدیل می شود، «معادله» می گویند.

برای مثال $12 = 4n$ و $6n + 7 = 37$ معادله اند. جواب های معادله همان عددهایی هستند که تساوی عددی را برقرار

می کنند.

پاسخ معادله های زیر را با راهبرد **حدس و آزمایش** پیدا کنید:

$$8x - 7 = 17$$

$$5(x + 2) = 20$$

$$x \cdot x = 4$$

آیا حدس زدن و آزمایش کردن همیشه راه حل مناسبی است؟ چرا؟

۱- به دو طرف تساوی عددی زیر عددهایی را مانند نمونه اضافه کنید. آیا باز هم تساوی برقرار است؟

$$\begin{array}{l} f = f \\ \downarrow +3 \\ f+3 = f+3 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} f = f \\ \downarrow -7 \\ f-7 = f-7 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} f = f \\ \downarrow +1/5 \\ f+1/5 = f+1/5 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} f = f \\ \downarrow -\frac{7}{3} \\ f-\frac{7}{3} = f-\frac{7}{3} \end{array}$$

چه نتیجه‌ای می‌گیرید؟

۲- دو طرف تساوی زیر را در عدد‌های مختلف ضرب کنید. آیا باز هم تساوی برقرار است؟

$$\begin{array}{l} A = A \\ \downarrow \times 3 \\ 3 \times A = 3 \times A \end{array}$$

$$\begin{array}{l} A = A \\ \downarrow \times (-2) \\ (-2) \times A = (-2) \times A \end{array}$$

$$\begin{array}{l} A = A \\ \downarrow \times 1/5 \\ \frac{1}{5} \times A = \frac{1}{5} \times A \end{array}$$

$$\begin{array}{l} A = A \\ \downarrow \times \frac{2}{7} \\ \frac{2}{7} \times A = \frac{2}{7} \times A \end{array}$$

چه نتیجه‌ای می‌گیرید؟

۳- توضیح دهید که در هر مرحله چگونه از دو نتیجه بالا استفاده شده است تا معادله حل شود.

$$\begin{array}{l} 2x - 1 = 7 \\ \downarrow +1 \\ 2x - 1 + 1 = 7 + 1 \rightarrow 2x = 8 \\ \downarrow \times \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} \times 2x = \frac{1}{2} \times 8 \rightarrow x = 4 \end{array}$$

مراحل حل معادله بالا را به صورت زیر نیز می‌توان خلاصه کرد.

$$2x - 1 = 7 \rightarrow 2x = 7 + 1 = 8 \rightarrow x = \frac{8}{2} = 4$$

معادله‌های زیر را حل کنید.

$$-8 = 2x + 4$$

$$9 = 4x - 7$$

$$2x - 4 = x$$

$$2x - 4 = x$$

$$x + 6 = 10$$

$$3 + 4x = 11$$

همان‌طور که در فصل اول کتاب بیان شد، راهبرد روش‌های نمادین، کاربردهای زیادی دارد. اکنون که استفاده از حروف و آموخته‌اید، مسئله زیر را به یک معادله تبدیل و آن را حل کنید.

باغبان شهرداری ۱۰۰ عدد گل بنفشه داشت. او تعدادی از گل‌ها را در باغچه‌ای به مساحت ۶ متر مربع در میدان شهر کاشت و در آخر هم ۴ گل اضافه آورد. او به‌طور متوسط در هر متر مربع چند بنفشه کاشته است؟

(سحاب مجهول) خواسته مسئله: x : تعداد بنفشه‌ها در هر متر مربع

تبدیل عبارت کلامی مسئله به تساوی جبری (تشکیل معادله):

(حل معادله):

۱- معادله‌های زیر را حل کنید.

$$۱) ۲x - ۳ = -۹$$

$$۲) ۳x + ۵ = ۱۴$$

$$۳) ۳x - ۲ = ۱۰$$

$$۴) ۲x + ۷ = ۱$$

$$۵) ۷ + ۲x = -۴$$

$$۶) ۳x - ۱ = ۱۰$$

$$۷) ۲x - ۴ = x$$

$$۸) ۳x = ۶x - ۷$$

۲- فاطمه کتاب داستانی را در ۶ ساعت مطالعه کرد و ۱۰ صفحه از آن باقی ماند. اگر این کتاب ۱۰۰ صفحه داشته باشد، فاطمه به‌طور متوسط در هر ساعت چند صفحه از آن را مطالعه کرده است؟

۳- محسن برای خرید ۸ مداد ۴۰۰۰۰ تومان به فروشنده داد و ۸۰۰۰ تومان پس گرفت. قیمت هر مداد چند تومان بوده است؟

۴- از یک توب پارچه ۳۰ متری ۱۲ دست کت و شلوار برخته شده و ۳/۶ متر هم باقی مانده است. برای هر دست کت و شلوار چند متر پارچه مصرف شده است؟



۵- آیا $x = ۲$ جواب معادله $\frac{x-۱}{۳} - \frac{x-۱}{۳} = \frac{۱}{۳}$ است؟ چرا؟

۶- آیا $x = -۳$ جواب معادله $x \cdot x - ۳x = ۰$ است؟ چرا؟

۷- احمد و بهمن ۳۶ جلد کتاب را صحافی کردند. احمد ۶ جلد کتاب بیش از بهمن صحافی کرده است. هر کدام از آنها چند جلد کتاب صحافی کرده است؟



حل سه تمرین زیر برای همه دانش‌آموزان الزامی است.

۸- سه عدد صحیح زوج متوالی پیدا کنید که حاصل جمع آن ۴۲ شود.

۹- دو عدد متوالی را به گونه‌ای پیدا کنید که مجموع آنها برابر ۱۹ باشد.

۱۰- چهار عدد صحیح فرد متوالی را به گونه‌ای پیدا کنید که مجموع آنها عدد ۸۰ شود.

مفاهیم و مهارت‌ها

در این فصل، اصطلاحات زیر به کار رفته‌اند. مطمئن شوید که می‌توانید با جملات خود، آنها را تعریف کنید. برای هر کدام مثال بزنید.

• الگوی عددی • عبارت جبری • متغیر • جملات مشابه • معادله

در این فصل روش‌های اصلی زیر مطرح شده‌اند. با یک مثال هر کدام را توضیح دهید و در دفتر خود یک خلاصه درس بنویسید.

• نوشتن جمله am یک الگو • پیدا کردن جواب معادله با حدس زدن

• تبدیل عبارت‌های کلامی به عبارت‌های جبری • تشکیل معادله و تبدیل مسئله‌های یک معادله

• نوشتن محیط و مساحت شکل‌ها با عبارت جبری • پیدا کردن مقدار عددی یک عبارت جبری

• ساده کردن عبارت‌های درس با جمع و تفریق جملات مشابه • مفهوم معادله و جواب معادله

• ضرب عدد در برائش • روش حل معادله

• ساده کردن عبارت و سپس محاسبه مقدار عبارت جبری

کاربرد

مهم‌ترین کاربرد این درس، حل مسئله یا کمک را هر دو روش‌های نمادین (تشکیل معادله) و بیان جبری الگوها و خاصیت‌ها و قوانین است. از این درس در فصل‌های بعدی استفاده زیادی از جمله برای بیان رابطه‌های مربوط به مساحت و حجم خواهد شد.

تمرین‌های ترکیبی

در صورتی که بتوانید تمرین‌های ترکیبی زیر را انجام دهید، مطمئن می‌شوید این فصل را به خوبی آموخته‌اید.

۱- مقدار عبارت جبری زیر را به ازای $x=1$ و $y=2$ پیدا کنید.

$$3(2x-y+1) - 2x+y-2 - (2x-y-7) =$$

۲- معادله زیر را حل کنید.

$$2x - 3x + 2(x+2) = 14$$

۳- شخصی با سوزن ۳۵۰۰ کالری، ۰/۲۵ کیلوگرم از ورزش را کم می‌کند. میزان کالری‌ای که فرد باید در هر روز بسوزاند

تا در ۲ هفته $1/8$ کیلوگرم از ورزش کم شود، چقدر است؟

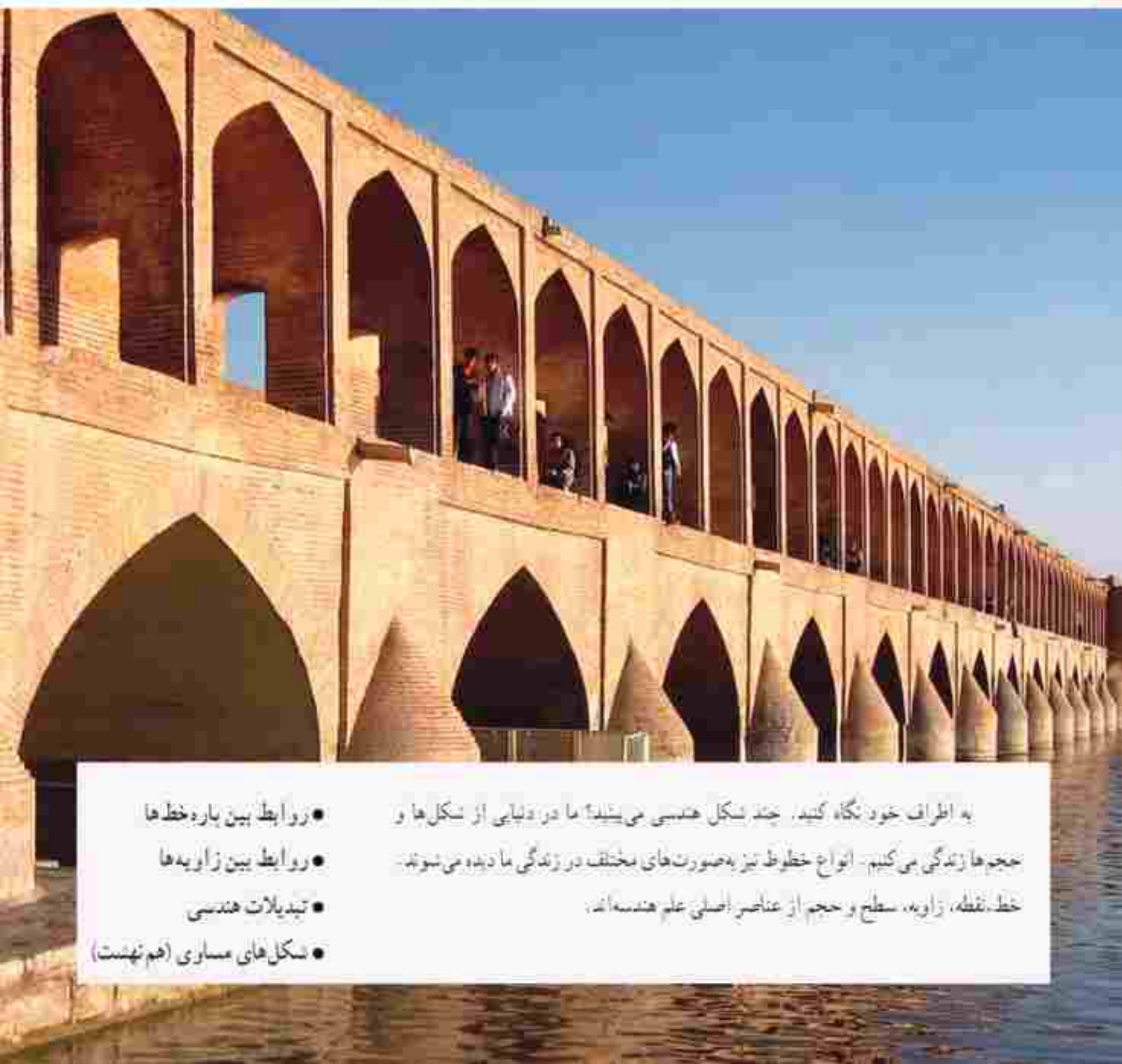
$$2x - 1 = 7$$

۴- یک مسئله بنویسید که متناظر با معادله مقابل باشد.



هندسه و استدلال

فصل ۴

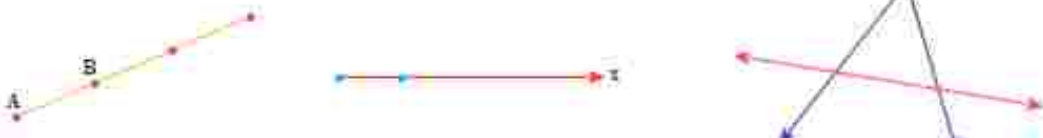


- روابط بین باره خط‌ها
 - روابط بین زاویه‌ها
 - تبدیلات هندسی
 - شکل‌های مساری (هم‌نهست)
- به اطراف خود نگاه کنید. چند شکل هندسی می‌بینید؟ ما در دنیای از شکل‌ها و حجم‌ها زندگی می‌کنیم. انواع خطوط نیز به صورت‌های مختلف در زندگی ما دیده می‌شوند. خط، نقطه، زاویه، سطح و حجم از عناصر اصلی علم هندسه‌اند.

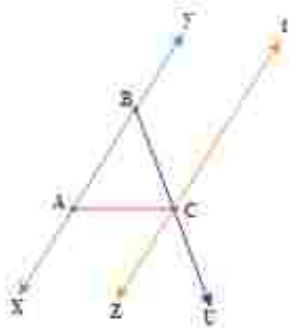
رابطه بین پاره‌خط‌ها

در ریاضیات برای نام‌گذاری شکل‌ها از حروف انگلیسی استفاده می‌کنیم. به‌طور معمول نقطه را با حروف بزرگ انگلیسی نام‌گذاری می‌کنیم و برای نام‌گذاری امتداد خط که در شکل با یکانه نشان می‌دهیم از حروف کوچک استفاده می‌کنیم. طول یک پاره‌خط را با قرار دادن یک پاره‌خط کوچک در بالای نام آن نمایش می‌دهیم. برای مثال \overline{AB} یعنی طول پاره‌خط AB .

۱- مانند نمونه‌ها شکل را با حروف انگلیسی نام‌گذاری کنید.



۲- در شکل زیر نام خط‌ها، نیم‌خط‌ها و پاره‌خط‌ها را بنویسید و در صورت لزوم از راهبرد الگوسازی استفاده کنید.

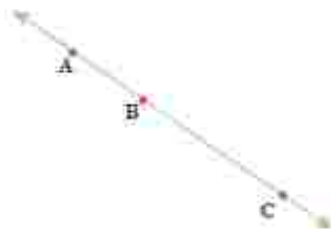


خط:

نیم‌خط:

پاره‌خط:

۳- در شکل مقابل نقاط B, A و C روی یک خط قرار دارند.



رابطه‌های زیر را کامل کنید.

$$\overline{AB} + \overline{BC} = \underline{\hspace{2cm}}$$

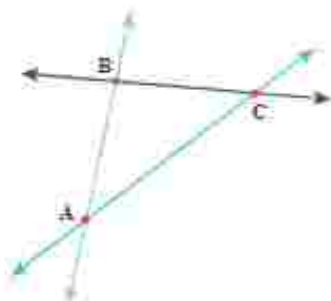
$$\overline{AC} - \underline{\hspace{2cm}} = \overline{AB}$$

$$\overline{AC} - \overline{AB} = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\overline{CB} + \overline{BA} = \underline{\hspace{2cm}}$$

۴- در شکل زیر نقاط B, A و C روی یک خط قرار ندارند.

نقاط B, A و C یک مثلث تشکیل داده‌اند. این مثلث ABC نام دارد و آن را به‌صورت $\triangle ABC$ یا $\triangle ABC$ نمایش می‌دهیم. رابطه‌های زیر را کامل کنید.



$$\overline{AB} + \overline{BC} > \underline{\hspace{2cm}}$$

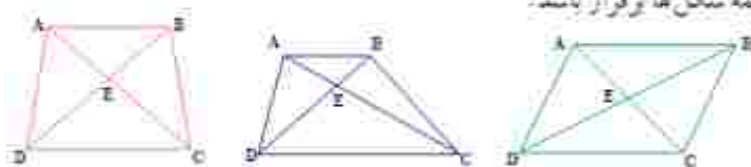
$$\overline{AB} + \overline{AC} > \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\underline{\hspace{2cm}} + \underline{\hspace{2cm}} > \overline{AB}$$

یک مثلث دلخواه دیگر رسم کنید و آن را ABC بنامید.

آیا همین رابطه‌ها در آن مثلث هم برقرار است؟

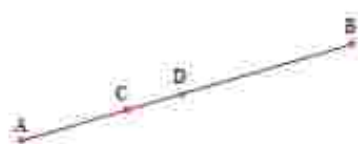
۱- مانند نمونه رابطه‌های دیگری را بنویسید که در همه شکل‌ها برقرار باشند:



$$\overline{AB} + \overline{AD} > \overline{BD}$$

$$\overline{BD} - \overline{DE} = \overline{BE}$$

۲- می‌دانیم $\overline{AB} = 7\text{cm}$ ، $\overline{AC} = 2\text{cm}$ و $\overline{DB} = 4\text{cm}$ (cm مخفف سانتی متر است). یک رابطه جبری بنویسید و با جایگزین کردن عددها، طول باره خط CD را به دست آورید.



۱- باره خط‌های مساوی را به صورت زیر در شکل مشخص می‌کنیم.

علامت‌ها نشان می‌دهند که $\overline{AB} = \overline{AC}$



در شکل مقابل M وسط باره خط AB است.

اندازه کدام دو باره خط مساوی است؟ $\overline{AM} = \overline{MB}$

سماوی این دو باره خط را با علامت‌گذاری روی شکل نشان دهید. سماوی‌های زیر را با نوشتن عدد مناسب کامل کنید.

$$\overline{AB} = \overline{AM}$$

$$\overline{AM} = \overline{MB}$$

۲- در شکل زیر باره خط‌های AB، BC، CD و DE با هم سماوی‌اند. طول کدام باره خط‌ها برابر $3\overline{AB}$ است؟

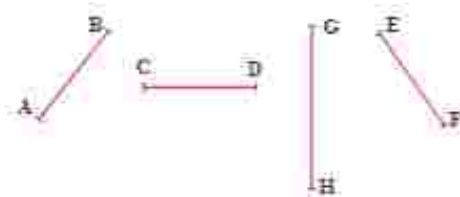


طول کدام باره خط‌ها برابر $2\overline{AB}$ است؟

چند باره خط در شکل رو برو دیده می‌شود؟

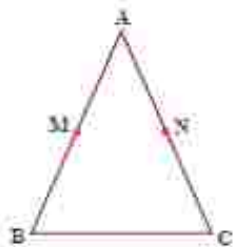
۳- با توجه به باره خط‌هایی که در شکل زیر می‌بینید، اگر بدانیم $\overline{AB} = \overline{DC}$ و $\overline{DC} = \overline{EF}$ و رابطه‌های زیر را کامل کنید.

(علامت \Rightarrow یعنی نتیجه می‌گیریم)



$$\left. \begin{array}{l} \overline{AB} = \overline{DC} \\ \overline{DC} = \overline{EF} \end{array} \right\} \Rightarrow \overline{AB} = \overline{EF}$$

$$\left. \begin{array}{l} \overline{AB} = \overline{EF} \\ \overline{EF} < \overline{GH} \end{array} \right\} \Rightarrow \overline{AB} < \overline{GH}$$



۴- مثلث ABC متساوی الساقین است؛ یعنی $\overline{AB} = \overline{AC}$
 نقطه M وسط AB و نقطه N وسط AC است.
 چرا $\overline{AN} = \overline{AM}$ ؟

$$\overline{AB} = \overline{AC} \Rightarrow \frac{1}{2}\overline{AB} = \frac{1}{2}\overline{AC} \Rightarrow \overline{AM} = \overline{AN}$$

۱- اگر پاره‌خط‌های AB، BC، CD، DE و هم‌برابر باشند، تساوی‌ها را با نوشتن عدد مناسب کامل کنید.



$$\overline{AC} = \overline{AB} + \overline{BC} \quad \overline{CE} = \overline{CD} + \overline{DE}$$

$$\overline{AE} = \overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CD} + \overline{DE} \quad \overline{BC} = \overline{BC}$$

۲- در شکل مقابل نقاط A، B، C و D روی یک خط قرار گرفته‌اند.
 می‌دانیم $\overline{AB} = \overline{CD}$



کدام پاره‌خط هم‌اندازه AC است؟ چرا؟

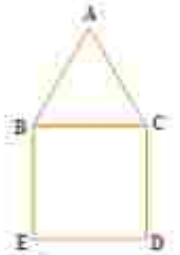
- ۱- با رسم شکل‌های مناسب به سؤال‌های زیر پاسخ دهید.
 الف) از یک نقطه چند خط می‌گذرد؟
 ب) از یک نقطه چند خط راست می‌گذرد؟
 ج) از دو نقطه چند خط (از انواع مختلف) می‌گذرد؟
 د) از دو نقطه چند خط راست می‌گذرد؟
 ۲- یک خط رسم کنید و نقاط A، B، C و D را محوری روی آن نام‌گذاری کنید که رابطه زیر درست باشد.

$$\overline{BD} - \overline{AD} = \overline{BC} + \overline{AC}$$

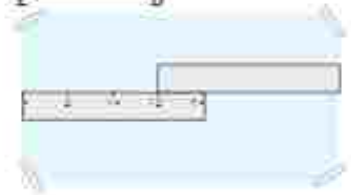
- ۳- اگر روی یک خط راست ۱۰ نقطه بگذارید، چند نیم‌خط به وجود می‌آید که سر آن‌ها روی این نقاط باشند؟ چرا؟
 ۴- نقطه C وسط پاره‌خط AB، نقطه D وسط پاره‌خط AC و نقطه E وسط پاره‌خط AD است.



\overline{AB} چند برابر \overline{AE} است؟



۵- در شکل روبه‌روی یک مربع و یک مثلث متساوی‌الاضلاع دیده می‌شود.
 چرا $\overline{BE} = \overline{AC}$ ؟



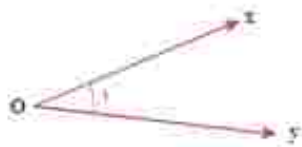
۶- دو خط کش ۲۰ سانتی‌متری را مانند شکل روبه‌روی روی یک صفحه کاغذ قرار داده‌ام.
 طول این صفحه چند سانتی‌متر است؟

۷- اندازه قد علی را با a، اندازه قد حسن را با b و اندازه قد حسین را با c نشان می‌دهیم.

$$\left. \begin{array}{l} a > b \\ b = c \end{array} \right\} \Rightarrow$$

رابطه زیر را کامل کنید و نتیجه را به فارسی بنویسید.

روابط بین زاویه‌ها



زاویه مقابل نام‌گذاری شده و به جلد صورت خوانده می‌شود. چرا از حروف کوچک و بزرگ استفاده شده است؟

$$x\hat{O}y = y\hat{O}x = \hat{O} = \hat{O}_1 = \hat{O}_2$$

۱- با انواع زاویه‌ها در سال گذشته آشنا شده‌اید. زاویه‌ها را نام‌گذاری کنید و نوع هر کدام را مشخص کنید.



تفاوت

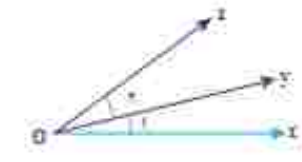
۲- تساوی بین زاویه‌ها را کامل کنید.

$$x\hat{O}y + \dots = x\hat{O}z$$

$$\hat{O}_1 + \hat{O}_2 = \dots$$

$$x\hat{O}z - \dots = z\hat{O}y$$

$$x\hat{O}z - \hat{O}_1 = \dots$$

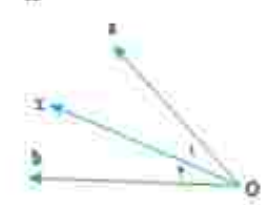


۳- دو زاویه مساوی را به صورت رویه‌رو در شکل مشخص می‌کنیم.

علامت‌ها نشان می‌دهند که $w\hat{A}x = \dots$



۴- در شکل مقابل Ox نیمساز زاویه aOb است. زاویه \hat{O}_1 با کدام زاویه مساوی است؟ تساوی این دو زاویه را با علامت‌گذاری روی شکل نشان دهید.



۵- در شکل مقابل دو خط یکدیگر را در نقطه O قطع کرده‌اند.

$$\left. \begin{aligned} \hat{O}_1 + \hat{O}_2 &= \dots \\ \hat{O}_3 + \hat{O}_4 &= \dots \end{aligned} \right\} = \dots = \dots$$



می‌دانیم $\hat{O}_1 = \hat{O}_3$ است. اندازه زاویه‌های دیگر را با نوشتن یک تساوی پیدا کنید.

$$\hat{O}_1 = 180^\circ - \dots = \hat{O}_2$$

$$\hat{O}_3 = \dots = \hat{O}_4$$

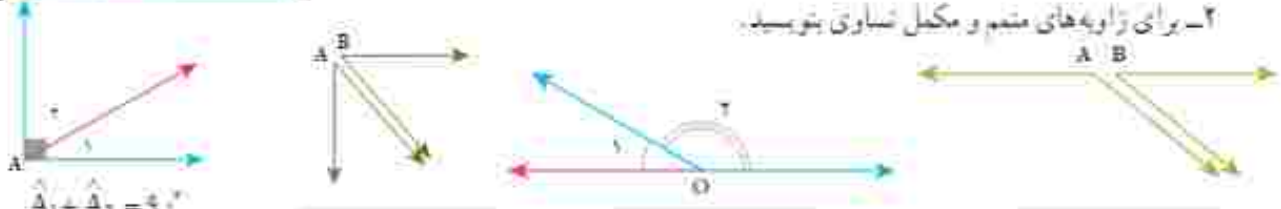
۱- زاویه‌های $\hat{O}_1, \hat{O}_2, \hat{O}_3, \hat{O}_4$ و \hat{O}_5 همه با هم برابرند. جاهای خالی را با عدد مناسب کامل کنید.

$$\begin{aligned} x\hat{O}u &= \dots \hat{O}_1 \\ y\hat{O}t &= \dots \hat{O}_2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x\hat{O}t &= \dots t\hat{O}x \\ \hat{O}_1 &= \dots z\hat{O}u \end{aligned}$$



۲- برای زاویه‌های متمم و مکمل تساوی بنویسید.



تفاوت

$$\hat{A}_1 + \hat{A}_2 = 90^\circ$$

- ۱- می‌دانیم در هر مثلث، مجموع زاویه‌ها برابر 180° است. مثلث‌ها را با توجه به اندازه زاویه‌هایشان به سه دسته تقسیم می‌کنیم:
- مثلث‌هایی که هر سه زاویه آنها تند است.
 - مثلث‌هایی که یک زاویه راست دارند.
 - مثلث‌هایی که یک زاویه باز دارند.
- چرا مثلث نمی‌تواند دو زاویه راست داشته باشد؟

	مضرب‌الاصلاح	مضرب‌الناسب	با ضلع‌های نامساوی
سه زاویه تند			
یک زاویه راست			
یک زاویه باز			

- ۲- می‌خواهیم در هر قسمت جدول مقابل یک مثلث رسم کنیم. در کدام قسمت‌ها نمی‌توانیم مثلثی رسم کنیم؟ در قسمت‌هایی که می‌توانیم مثلث رسم کنیم، یک مثلث بکشید.

۳- هر یک از شکل‌های زیر یک چندضلعی‌اند.

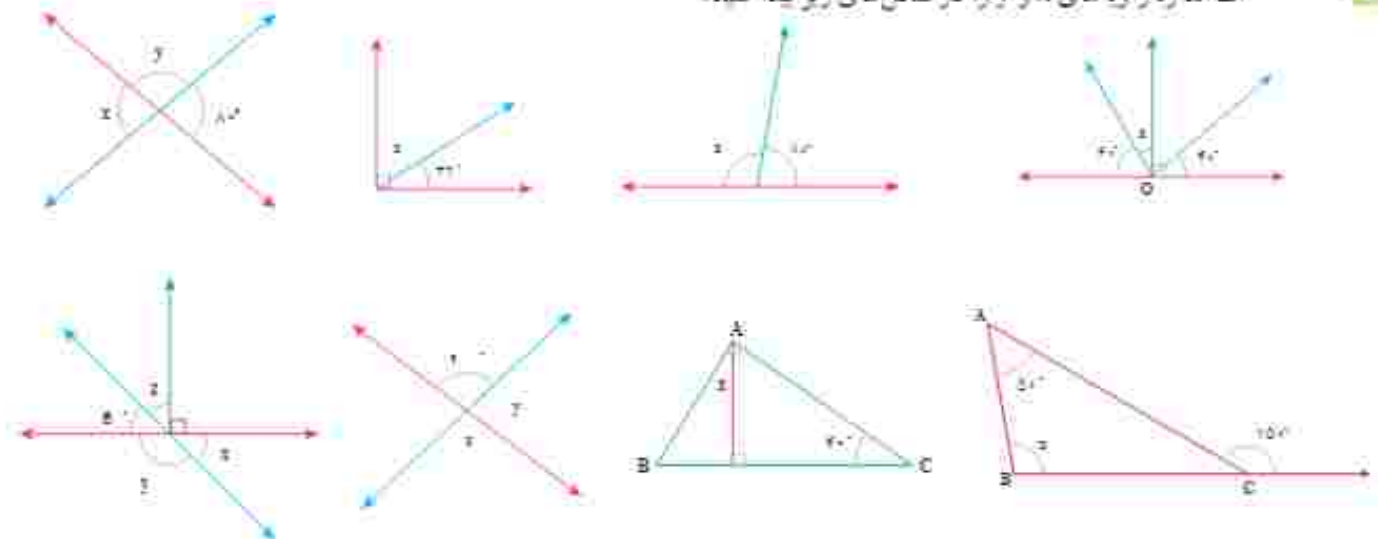
چندضلعی‌هایی که هیچ زاویه بزرگ‌تر از 180° ندارند، محدب نامیده می‌شوند. به چند ضلعی‌ای که دست کم یک زاویه بزرگ‌تر از 180° داشته باشند، چندضلعی مقعر می‌گویند. چندضلعی‌های مقعر (کاو) و محدب (کونوا) را در شکل زیر مشخص کنید.



- ۴- به چندضلعی‌هایی که همه ضلع‌ها و زاویه‌هایشان یا هم مساوی است، چندضلعی منظم گفته می‌شود. کدام شکل در فعالیت قبل چندضلعی منظم بود؟

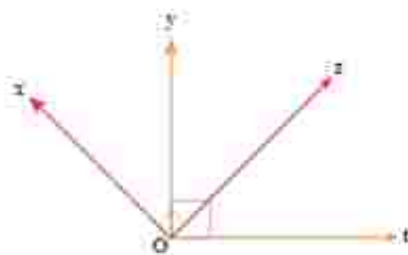
۱- یک مثال برای هر یک از زمان‌هایی بنویسید که عقربه‌های ساعت‌شمار و دقیقه‌شمار زاویه‌ی راست، باز، تند و نیم‌صفحه را نشان دهد.

۲- اندازه‌ی زاویه‌های x و y را در شکل‌های زیر پیدا کنید:



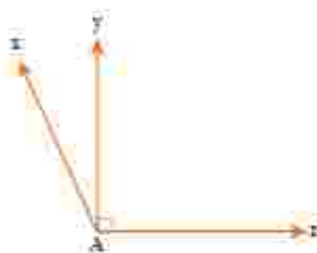
۳- در شکل مقابل می‌دانیم زاویه‌های xOz ، tOy ، 90° هستند.

چگونه می‌توانید نتیجه بگیرید که: $xOy = tOz$ ؟



۴- در شکل مقابل اندازه‌ی زاویه‌ی xAz برابر 120° درجه است.

زاویه‌ی yAz چه کسری از xAz است؟



۵- شکل‌های زیر چه شباهت‌هایی با هم دارند؟ چه تفاوت‌هایی با هم دارند؟





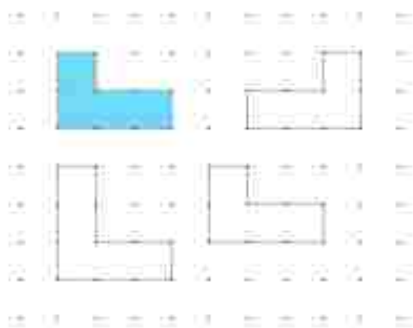
۱- یک کاغذ شفاف روی شکل A قرار دهید و این شکل را روی کاغذتان بکشید. کاغذ شفاف را بدون تغییر جهت روی صفحه حرکت دهید تا تصویر آن روی شکل B قرار بگیرد.

بدین ترتیب تصویر شکل A را روی صفحه انتقال داده‌اید.

۲- دوباره کاغذ پوستی خود را طوری روی صفحه قرار دهید که تصویری که کشیده‌اید، روی شکل A قرار بگیرد.

کاغذتان را از روی خط تقارن تا کنید. بدین ترتیب تصویر شکل A روی کدام شکل قرار می‌گیرد؟

این شکل قرینه شکل A نسبت به خط تقارن است. قرینه شکل B را هم نسبت به خط تقارن رسم کنید و آن را D بنامید.



۱- به اندازه و جهت شکل‌های سفید نگاه کنید. کدام یک از شکل‌ها، انتقال یافته شکل آبی است؟ این شکل را هانسور بزنید.

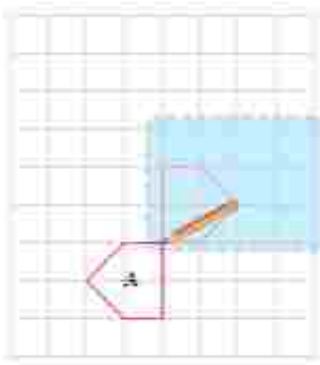
۲- کدام شکل قرینه شکل آبی است؟ خط تقارن مناسب با این تقارن را رسم کنید.

وقتی شکلی را روی صفحه انتقال می‌دهیم، تصویر به دست آمده، مساری و هم جهت شکل اولیه است. وقتی قرینه شکلی را نسبت به یک خط پیدا می‌کنیم، تصویر به دست آمده، مساری از آن شکل است اما جهت آن تغییر می‌کند.

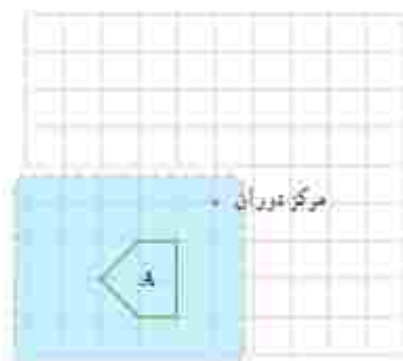
۱- یک کاغذ پوستی روی شکل A قرار دهید و این شکل را روی آن بکشید. با استفاده از یک مداد، کاغذ پوستی خود را بر مرکز دوران شکل، روی صفحه کتاب ثابت کنید و آرام کاغذ را روی کتاب بچرخانید و به حرکت تصویر در صفحه نگاه کنید.



۲- اگر کاغذ پوستی را 180° درجه بچرخانید، تصویر شکل A مانند شکل روبه‌رو در صفحه قرار می‌گیرد. این تصویر حاصل دوران 180° درجه‌ای شکل A حول مرکز دوران است.



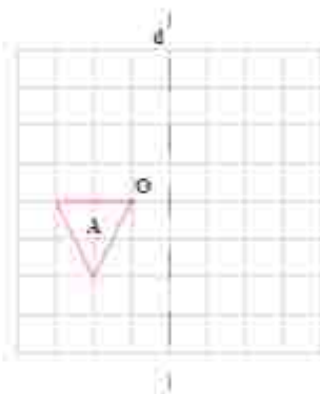
۳- باز هم کاغذ پوستی را روی شکل قرار دهید و با استفاده از آن، تصویر حاصل از دوران 180° درجه‌ای شکل A حول مرکز دوران جدید را بسازید.

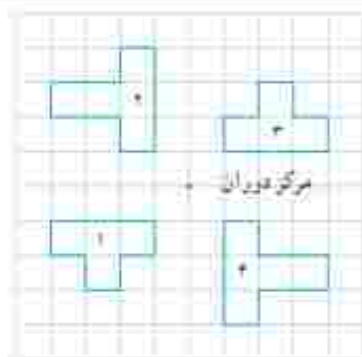


۴- با کمک کاغذ پوستی شکل A را حول مرکز دوران 90° درجه در جهت عقربه‌های ساعت بچرخانید. تصویر شکل A روی شکل B قرار گرفته است. شکل B را حول مرکز دوران 90° درجه در جهت عقربه‌های ساعت بچرخانید. شکل حاصل از این دوران را رسم کنید و آن را C بنامید. چرا در دوران 90° درجه لازم است جهت دوران را مشخص کنیم اما در دوران 180° درجه این کار لازم نیست؟

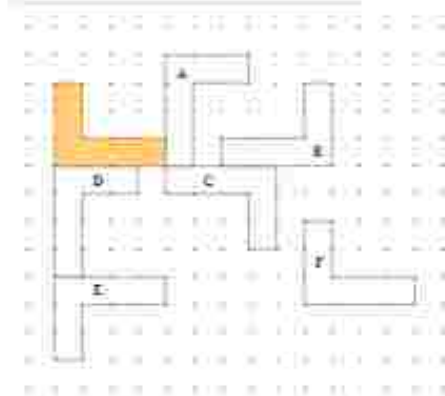


۱- الف) شکل A را 90° حول نقطه O در جهت عقربه‌های ساعت بچرخانید و شکل حاصل را B بنامید.
ب) قرینه A را نسبت به خط d رسم کنید و آن را C بنامید.
ج) آیا هر سه شکل با هم مساوی‌اند؟

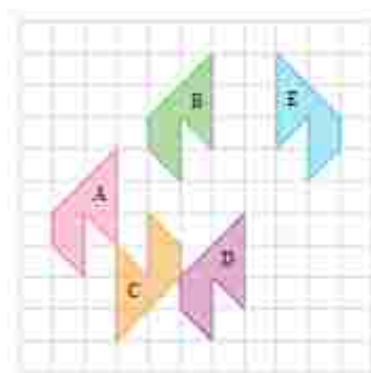




۲- الف) کدام شکل از دوران 180° درجه شکل ① در جهت عقربه‌های ساعت حول مرکز دوران به دست آمده است؟
 ب) کدام شکل از دوران 180° درجه شکل ④ حول مرکز دوران به دست آمده است؟

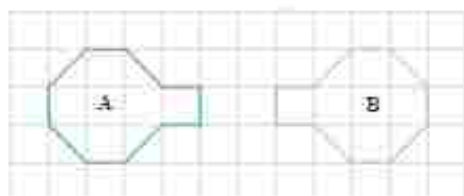


۳- همه شکل‌های مقابل با هم مساوی‌اند.
 الف) کدام شکل‌ها انتقال یافته شکل رنگی هستند؟
 ب) کدام شکل‌ها دوران یافته شکل رنگی هستند؟
 ج) کدام شکل‌ها قرینه شکل رنگی نسبت به یک خط هستند؟



۴- در هر مورد چه تبدیلی انجام شده است: انتقال، تقارن محوری یا دوران؟
 الف) A به B تبدیل شده است.
 ب) A به C تبدیل شده است.
 ج) B به E تبدیل شده است.
 د) D به A تبدیل شده است.
 ه) D به C تبدیل شده است.

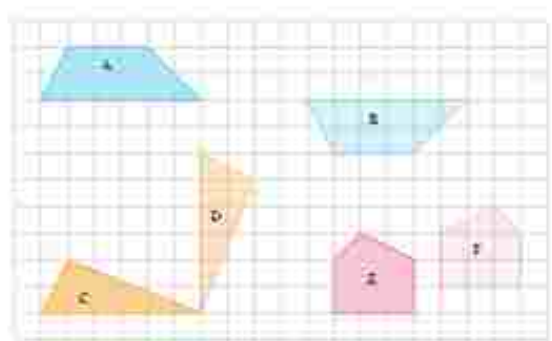
۵- در هر مورد با دو تبدیل مختلف می‌توان A را بر B منطبق کرد. این دو تبدیل را نام ببرید.



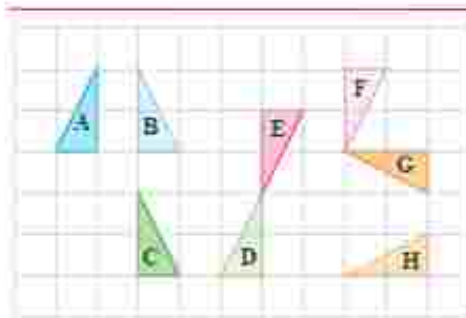
ب) (این)



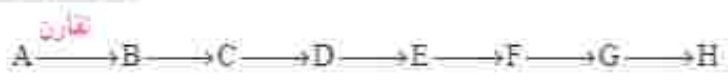
الف) (این)



۶- در شکل مقابل کدام دو شکل مساوی، یک شکل و تبدیل یافته آن‌ها با یک تبدیلی (انتقال، تقارن یا دوران) را نشان می‌دهد؟

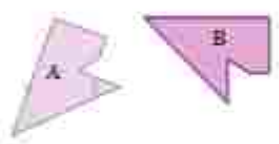


۱- آنگاه هر شکل با یک تبدیل، به شکل بعدی تبدیل شده است. روی هر یک‌کانه نوع تبدیل انجام‌شده (انتقال، تقارن یا دوران) را بنویسید.

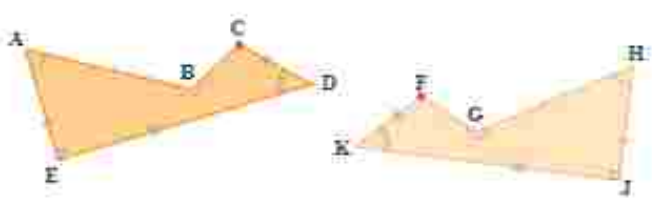


با آیا شکل A با شکل H مساوی است؟ چرا؟

۲- اگر بتوانیم شکلی را با یک یا چند تبدیل (انتقال، تقارن یا دوران) در صفحه بر شکل دیگر منطبق کنیم، می‌گوییم این دو شکل با هم هم‌نهشت (مساوی) اند.



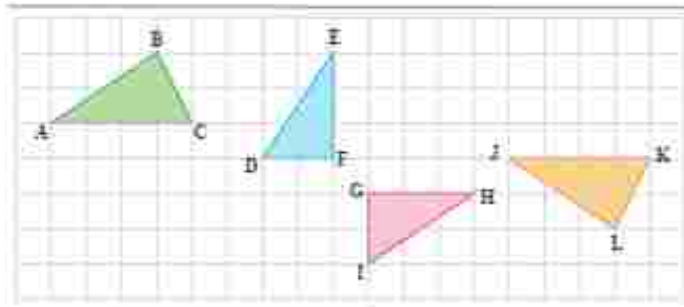
دو شکل مقابل با هم هم‌نهشت اند. یک ضلع و یک زاویه از شکل A مشخص شده است. ضلع و زاویه مساوی (متناظر) با آنها در شکل B را با علامت گذاری مشخص کنید.



۳- دو شکل مقابل، هم‌نهشت اند. این عبارت را در ریاضی به صورت $ABCDE \cong FGHIJ$ نمایش می‌دهیم.

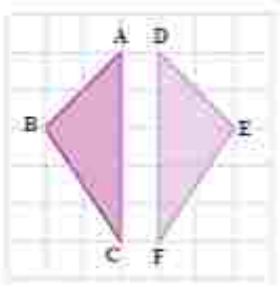
در دو شکل هندسی هم‌نهشت، اجزای متناظر دو به دو با هم برابرند.

به چگونگی نمایش برابری ضلع‌ها و زاویه‌ها در دو شکل بالا توجه کنید.



۱- مثلث‌های هم‌نهشت را در شکل بیابید. و به زبان ریاضی بنویسید.

۲- در شکل مقابل دو مثلث هم‌نهشت دیده می‌شود. ضلع‌ها و زاویه‌های مساوی دو شکل را با علامت گذاری مشخص کنید. تساوی اجزای متناظر این دو مثلث را کامل کنید.



$\hat{A} =$	$\overline{AB} =$
$\hat{B} =$	$=$
$\hat{C} =$	$=$

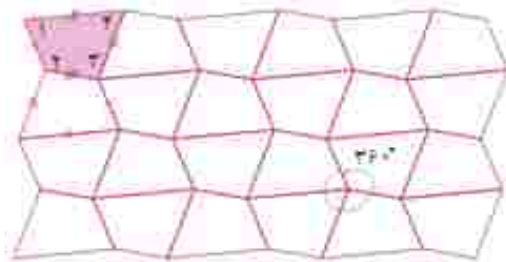
۱- با انجام تبدیلات متوالی روی یک مثلث، قسمتی از صفحه را پوشانده ایم. مثلث‌هایی را که از انتقال مثلث رنگی به دست آمده‌اند، رنگ کنید.

هر یک از مثلث‌های سفید را می‌توان با دوران 180° درجه بکشی از مثلث‌های رنگی به دست آورد. زاویه‌های مساوی در همه مثلث‌ها را با شماره گذاری آنها مشخص کنید. آیا همه این مثلث‌ها با هم مساوی‌اند؟



۲- با انجام تبدیلات متوالی روی یک چهارضلعی، قسمتی از صفحه را پوشانده ایم.

چهارضلعی‌هایی را که از انتقال چهارضلعی رنگی به دست آمده‌اند، رنگ کنید. با چه تبدیلی می‌توان چهارضلعی‌های سفید را به دست آورد؟

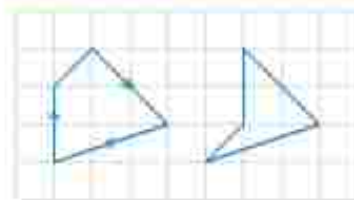


ضلع‌ها و زاویه‌های مساوی را با علامت گذاری مشخص کنید. آیا همه این چهارضلعی‌ها با هم مساوی‌اند؟

۱- دو شکل مقابل ضلع‌های دو چهارضلعی، دو به دو با هم برابرند.

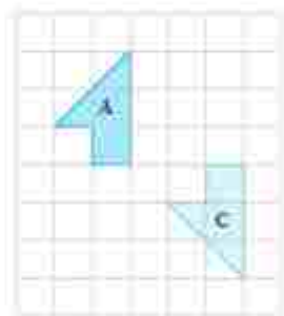
الف) با علامت گذاری مناسب، تساوی ضلع‌ها را نمایش دهید.

ب) آیا این دو چهارضلعی با هم مساوی‌اند؟

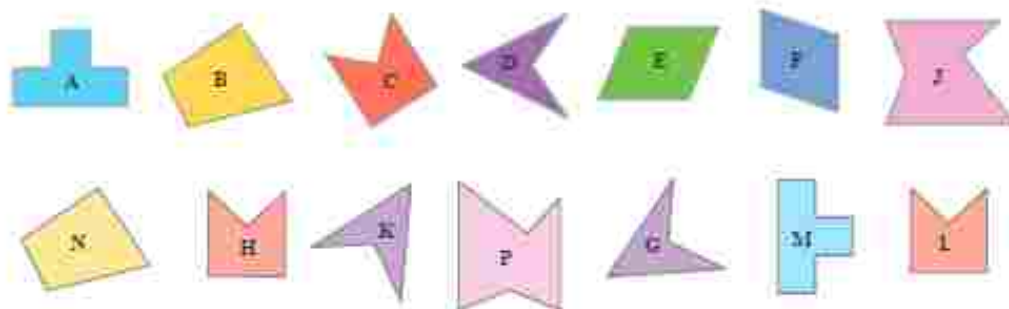


۲- می‌خواهیم شکل B را طوری رسم کنیم که بتوانیم با دو تبدیل متوالی، شکل A را بر شکل C منطبق کنیم. شکل B را رسم کنید و روی هر یک‌کدام نوع تبدیل انجام شده را بنویسید.

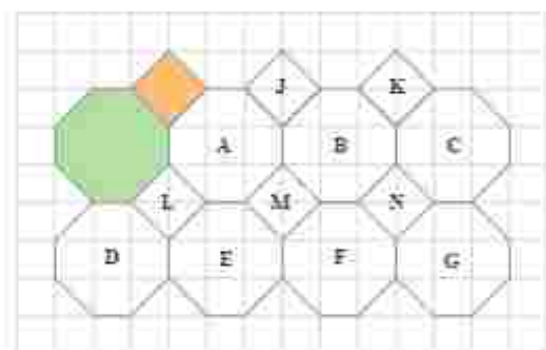
A → B → C



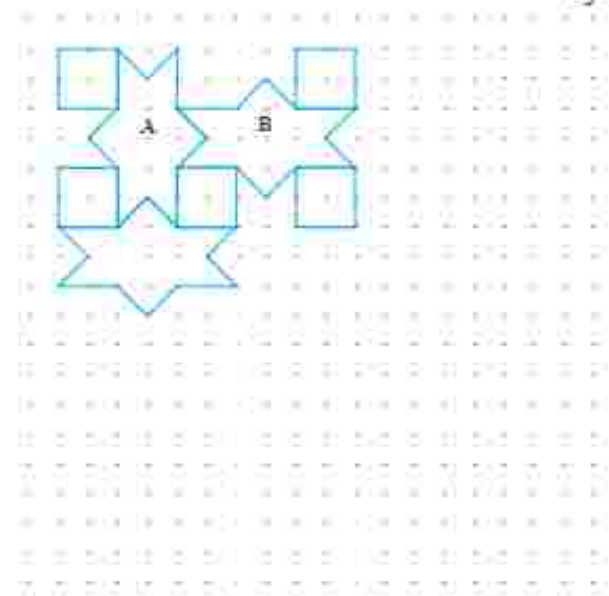
۴- به کمک کاغذ پوستی شکل‌های مساوی را پیدا کنید و تساوی شکل‌ها را به زبان ریاضی نویسید.



۴- با انجام تبدیلات متوالی روی یک هشت‌ضلعی و مربع، قسمتی از صفحه را پر کرده‌ایم. به چند طریق می‌توان تنها با یک تبدیل، هشت‌ضلعی رنگی را بر شکل C منطبق کرد؟



۵- شکل زیر قسمتی از کاشی‌کاری یک بنای قدیمی را نشان می‌دهد. الف) چگونه می‌توان با دو تبدیل متوالی A را بر شکل B منطبق کرد؟
ب) با ادامه الگوی ایجادشده، صفحه را پر کنید.



در این فصل، اصطلاحات زیر به کار رفته‌اند. مطمئن شوید که می‌توانید با جملات خود، آنها را تعریف کنید. برای هر کدام مثال بزنید.

● تبدیل‌های هندسی ● شکل‌های هم‌نهشت ● اجزای متناظر

در این فصل روش‌های اصلی زیر مطرح شده‌اند. با یک مثال هر کدام را توضیح دهید و در دفتر خود یک خلاصه درس تهیه کنید.

- نام‌گذاری پاره‌خط، نیم‌خط و خط
- نام‌گذاری زاویه
- نوشتن رابطه بین پاره‌خط‌ها
- نوشتن رابطه بین زاویه‌ها
- نتیجه‌گیری از چند تساوی درست
- انتقال یک شکل
- پیدا کردن دوران یافته یک شکل
- پیدا کردن دوران یافته یک شکل
- نوشتن تساوی اجزای متناظر دو شکل

کاربرد این درس را در فصل هفتم (بردار) خواهید دید؛ ضمن این‌که در کشیدن شکل‌های هندسی، گرافیک رایانه‌ای، طراحی و... نیز کاربرد دارد.

در صورتی که بتوانید تمرین‌های ترکیبی زیر را انجام دهید، مطمئن می‌شوید که این فصل را به خوبی آموخته‌اید.



۱- چرا $\hat{C} = \hat{A}$ است؟

۲- فرمته شکل مقابل را نسبت به پاره‌خط BC پیدا کنید.

دوران یافته شکل جدید را نسبت به نقطه C با دوران 90° در جهت حرکت عقربه‌های ساعت پیدا کنید. اجزای متناظر شکل اول و آخر را با علامت‌گذاری مشخص کنید.





فصل ۵

نشاندها و اعداد اول



- عدد اول
 - نشانده اول
 - بزرگ‌ترین نشانده مشترک
 - کوچک‌ترین مشرب مشترک
- دسته بندی کردن، به روز ساختن دسته های مساوی و قابلیت تقسیم از مفاهیم با کاربرد در زندگی روزمره اند. وقتی سربازها در دسته های منظم شده رژه قرار دارند، تعداد آنها باید بر تعداد ردیف ها و ستون ها قابل قسمت باشد.



۱- دانش آموزان یک مدرسه در کلاس های ورزشی ثبت نام کرده اند. تعداد ثبت نام شده ها و تعداد نفرات هر تیم در آن رشته در جدول زیر مشخص شده است. در کدام رشته ورزشی تعداد ثبت نام شده ها مناسب است؟ چرا؟

در کدام رشته تعداد ثبت نام شده ها مناسب نیست؟ چرا؟

رشته ورزشی	موتل	والیبال	سکتبال	بگینگ	مستون
تعداد ثبت نام شده ها	۲۱	۱۲	۱۲	۹	۷
تعداد نفرات هر تیم	۵	۶	۵	۲	۲

یا کمترین جابه جایی نفرات، پیشنهادی ارائه کنید تا تعداد نفرات تمام رشته ها مناسب شود.

۲- عدد ۶ را مانند نمونه به صورت ضرب دو عدد طبیعی بنویسید و معنی کنید.

یعنی دو دسته ۳ تایی $۳ \times ۲ = ۶$

$۶ =$

$۶ =$

$۶ =$

۳- عدد ۱۰ را مانند نمونه تقسیم کنید و یک تساوی بنویسید و آن را معنا کنید (تقسیم ها نباید باقی مانده بیاورند).

$۱۰ \div ۲ = ۵$

یعنی ۱۰ را می توان ۲ تا ۵ گروه

$۱۰ \div$

$۱۰ \div$

$۱۰ \div$

۴- مانند نمونه ۱۲ دایره را به دسته های مساوی تقسیم کنید؛ یعنی مشخص کنید ۱۲ را چند تا چند تا می شود سرد. به این ترتیب

شمارنده های عدد ۱۲ به دست می آید.



شمارنده های ۱۲: ۱، ۲، _____

۱- با یکی از روشن های بالا شمارنده های هر عدد را مشخص کنید.

شمارنده های ۱۴:

شمارنده های ۱۵:

شمارنده های ۹:

شمارنده های ۸:

۲- عدد ۲، شمارنده ۴ است. ۴ هم شمارنده ۱۲ است. آیا می توان نتیجه گرفت که ۲ شمارنده ۱۲ هم هست؟ چرا؟

۳- به طور کلی اگر a شمارنده b باشد، b هم شمارنده a باشد، آیا می توان نتیجه گرفت که a شمارنده a هم هست؟ چرا؟

۱- جدول زیر را کامل کنید. شمارنده‌های عدد را از کوچک به بزرگ بنویسید.

یا دهن این جدول چه نتیجه‌ای می‌توان گرفت؟

عدد	شمارنده‌های عدد			
۹				
۱۵				
۴				
۱۴				
۵۰				
۱۳				

عدد شمارنده همه اعداد است.

کوچک‌ترین شمارنده هر عدد است.

بزرگ‌ترین شمارنده هر عدد است.

همه شمارنده‌های یک عدد آن عدد هستند.

بعضی از عددها فقط دارند.

هر عدد بزرگ‌تر از ۱ حداقل دارد.

۲- برای عدد ۷ از روش‌های ضرب یا تقسیم کردن یا دسته‌بندی استفاده کنید و شمارنده‌های آن را بیابید.



به عددهایی مثل ۵، ۱۳ و ۷ که فقط ۲ شمارنده دارند و آن دو شمارنده، عدد یک و خود آن عدد است، **عدد اول** می‌گویند.

۱- مانند نمونه، عددها را به حاصل ضرب دو عدد غیر از یک بنویسید.



کدام عددها را نمی‌توان به صورت ضرب دو عدد غیر از یک نوشت؟

آیا می‌توان گفت هر عددی که به صورت ضرب دو عدد بزرگ‌تر از یک نوشته شود، اول نیست؟

۲- با فاعده‌های بخش پذیری بر ۲، ۳، ۵ که در دستان آموخته‌اید و باروش‌های بالا، مشخص کنید کدام یک از عددهای طبیعی

کمتر از ۳۰، اول هستند. دور آنها را خط بکشید. عددهایی را که اول نیستند، به صورت بالا با ضرب دو عدد غیر از یک نشان دهید.

۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰
۱۱	۱۲	۱۳	۱۴	۱۵	۱۶	۱۷	۱۸	۱۹	۲۰
۲۱	۲۲	۲۳	۲۴	۲۵	۲۶	۲۷	۲۸	۲۹	۳۰

۱- آیا عدد ۱۷ شمارنده ۲۴۷ است؟ چرا؟

۲- آیا اگر عددی بر ۳ بخش پذیر بود، می توان گفت که ۳ شمارنده آن است؟

۳- چهار عدد بنویسید که ۵ شمارنده آنها باشند.

۲۴۵ ، ۱۲۴ ، ۵۵۵ ، ۳۶۰

۴- کدام یک از عددهای زودرو بر ۱۵ بخش پذیر است؟ چرا؟

۵- تمام شمارنده های عددهای زیر را بنویسید.

۲۴

۱۸

۲۰

۳۰

۴۰

۵۰

۶- جملات درست را با ✓ و جملات نادرست را با ✗ مشخص کنید. دلیل نادرست بودن هر جمله را بنویسید.

* عدد ۲۹ اول است.

* هر عدد حداقل ۲ شمارنده دارد.

* تمام عددهای اول، فرد هستند؛ چون اگر زوج باشند، عدد ۲ شمارنده آنها می شود.

* اگر عددی غیر از خودش و یک، شمارنده دیگری داشته، حتماً اول نیست.

۷- در کلاس ۴ گروه ۳ نفره و ۶ گروه ۴ نفره وجود دارد.

دانش آموزان این کلاس را در چند حالت می توان به گروه هایی با تعداد مساوی که تعداد

تفرات هر گروه بین ۲ و ۷ نفر باشند، تقسیم کرد؟

۸- وقتی می نویسیم $3 \times 6 = 18$ آیا می توان نتیجه گرفت که هم ۳ و هم ۶ شمارنده های ۱۸ هستند؟ چرا؟

آیا می توان نتیجه گرفت که همیشه تعداد شمارنده های یک عدد، زوج است؟

۹- آیا حاصل ضرب دو عدد اول می تواند عددی اول باشند؟ چرا؟

۱۰- هر عبارت را کامل کنید.

* مجموع دو عدد طبیعی فرد همیشه عددی _____ است.

* مجموع دو عدد طبیعی زوج همیشه عددی _____ است.

* مجموع یک عدد زوج و یک عدد فرد همیشه عددی _____ است.

پس از تکمیل کردن جمله های فوق (می توانید با حدس و آزمایش جمله ها را کامل کنید) به سوال زیر پاسخ دهید.

* آیا حاصل جمع دو عدد اول همواره یک عدد اول است؟



۱- تمام شمارنده‌های عددهای زیر را بنویسید.

شمارنده‌های ۱۲:

شمارنده‌های ۳۵:

شمارنده‌های ۱۴:

شمارنده‌های ۹:

در هر قسمت، زیر شمارنده‌هایی که عدد اول هستند خط بکشید.

شمارنده‌های اول عدد ۹ چه عددی است؟

شمارنده‌های اول ۳۵ چه عددهایی هستند؟

۲- مانند نمونه هر عدد را به صورت ضرب دو عدد بنویسید. این کار را آن قدر ادامه دهید تا به شمارنده‌های اول آن عدد برسید.



۳- با توجه به نمودارهای درختی بالا می‌توان عددها را به صورت ضرب عددهای اول نوشت (تجزیه کرد):

$$30 = 2 \times 3 \times 5$$

$$45 =$$

$$80 =$$

$$210 =$$

$$20 =$$

$$200 =$$

شمارنده‌های اول عددهای اولی هستند که با استفاده از حاصل ضرب و تکرار آنها، می‌توان عددهای مختلفی را بدست آورد:

$$\text{مانند: } 12 = 2 \times 2 \times 3$$

به نظر شما عدد ۷ چند شمارنده اول دارد؟ چرا؟

با شمارنده‌های اول ۲ و ۳ عددهای مختلف را با ضرب کردن بسازید. مانند نمونه‌ها بنویسید:

$$2 \times 2 = 4$$

$$2 \times 2 \times 3 = 12$$

=

=

=

=

ویژگی عددهای بدست آمده این است که شمارنده‌های اول آنها عددهای ۲ و ۳ هستند.

۱- شمارنده‌های اول عددهای زیر را با رسم نمودار درختی پیدا کنید و آنها را به صورت ضرب شمارنده اول بنویسید.

$۱۰۰ =$

$۳۶ =$

$۸ =$

$۱۰۰ =$

$۳۶ =$

$۸ =$

۲- با راهبرد الگوسازی می‌توان تمام شمارنده‌های یک عدد را پیدا کرد. در زیر تمام شمارنده‌های عدد ۱۲ با توجه به تجزیه آن پیدا شده است. به همین روش تمام شمارنده‌های عدد ۱۰۰ را پیدا کنید.

$۱۲ = ۲ \times ۲ \times ۳$

$۱۰۰ = ۲ \times ۲ \times ۵ \times ۵$

۱ : هیچ شمارنده اولی استفاده نشود.

۲ و ۳ : یک شمارنده اول استفاده شود.

۱ × ۲ × ۲ = ۴ و ۱ × ۲ × ۳ = ۶ : دو شمارنده اول استفاده شود.

۱ × ۲ × ۲ × ۳ = ۱۲ : سه شمارنده اول استفاده شود.

شمارنده‌های ۱۲ : ۱, ۲, ۳, ۴, ۶, ۱۲

۱- در دوره دبستان آموختید که چگونه کسرها را ساده کنید. به مثال‌های زیر توجه کنید.

$$\frac{۲}{۶} = \frac{۲ \times ۲}{۲ \times ۳} = \frac{۲}{۳}$$

$$\frac{۱۸}{۲۷} = \frac{۲ \times ۹}{۳ \times ۹} = \frac{۲}{۳}$$

با تجزیه کردن (نوشتن عدد به صورت ضرب عامل‌های اول) عددهای صورت و مخرج، کسرها را تا حد امکان ساده کنید. در واقع شمارنده‌های مشترک صورت و مخرج را ساده کنید.

$\frac{۲۰}{۵۰} =$

$\frac{۲۸}{۴۲} =$

$\frac{۸۱}{۲۲} =$

۲- مساحت یک مستطیل که طول و عرض آن عددهای طبیعی اند، ۱۸ شده است. تمام حالت‌هایی را که طول و عرض مستطیل می‌تواند داشته باشد، بنویسید.

طول و عرض این مستطیل چه ارتباطی با مساحت آن دارد؟

۱- شمارنده‌های اول صورت یک کسر ۲ و ۳ هستند. شمارنده‌های اول مخرج آن کسر ۵ و ۷ هستند. آیا این کسر ساده می‌شود؟

۲- سه کسر بنویسید که پس از ساده شدن برابر $\frac{2}{3}$ شود.

۳- با شمارنده‌های اول ۲ و ۳ چند عدد تولید می‌شود که بین ۳۰ و ۵۰ باشند؟

۴- عدد a پس از تجزیه به صورت مقابل درآمده است: $a = 2 \times 2 \times 3 \times 5 \times 5$

شمارنده‌های اول آن چه عددی‌اند؟ ۲ شمارنده این عدد را بنویسید که اول نباشند.

۵- عدد b پس از تجزیه به صورت مقابل درآمده است: $b = 2 \times 3 \times 5 \times 6$

شمارنده‌های اول آن چه عددی‌اند؟

۶- عددهای زیر را با رسم نمودار درختی تجزیه کنید و شمارنده‌های اول آنها را مشخص کنید.

۱۸۰

۱۰۴

۲۹۷

۷- عددهای ۷ و ۵ و ۱۳ اول‌اند. شمارنده‌های اول آنها را بنویسید و براساس آن، تعریف دیگری برای عددهای اول ارائه کنید.

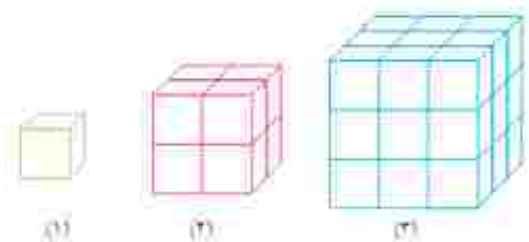
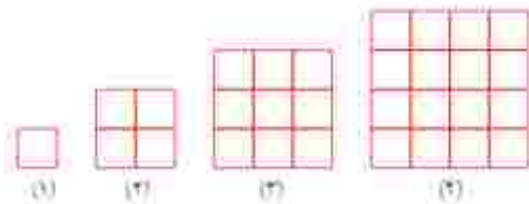
۸- جملات درست را با \checkmark و نادرست را با \times مشخص کنید. دلیل نادرستی را توضیح دهید.

الف) تمام عددها شمارنده اول دارند.

ب) اگر عددی زوج باشد، یکی از شمارنده‌های اولش ۲ است.

ج) هیچ عددی پیدا نمی‌شود که ۵ شمارنده اول داشته باشد.

۹- الگوهای شکل‌ها را به الگوهای عددی تبدیل کنید. جمله n ام هر کدام را بنویسید.





۱- قرار است دانش‌آموزان سال اول یک مترسبه به اردو بروند. آنها می‌خواهند در اردو جادر بزنند. تعداد افراد جادرها باید مساوی باشد. کلاس اولی الف ۳۰ دانش‌آموز دارد. در این کلاس از جادرهای چندتقره می‌توان استفاده کرد؟ چرا؟

کلاس اول ب، ۳۶ دانش‌آموز دارد. برای این کلاس چه جادرهایی می‌توان برپا کرد؟ چرا؟

اگر قرار باشد یک نوع جادر برای هر دو کلاس تهیه کنیم. جادرهای چندتقره مناسب است؟ چرا؟

اگر قرار باشد از جادر مشترک برای دو کلاس استفاده شود و تعداد دانش‌آموزان یک جادر، بیشترین تعداد باشد تا جادر کمتری تهیه نبوده. جادر چندتقره مناسب است؟

۲- دو عدد ۲۴ و ۱۸ را در نظر بگیرید. می‌خواهیم بزرگ‌ترین شمارنده مشترک دو عدد را پیدا کنیم. امید از روش زیر استفاده کرد:

= شمارنده‌های مشترک دو عدد: ۱، ۲، ۳، ۶، ۹، ۱۸ : تمام شمارنده‌های ۱۸

= بزرگ‌ترین شمارنده مشترک دو عدد: ۲۴ : تمام شمارنده‌های ۲۴

احمد از روش زیر استفاده کرد: او ابتدا عددها را به صورت ضرب شمارنده‌های اول نوشت.

$$18 = 2 \times 3 \times 3$$

$$24 = 2 \times 2 \times 2 \times 3$$

سپس حاصل ضرب قسمت‌های مشترک آنها را مشخص کرد تا بزرگ‌ترین شمارنده مشترک مشخص شود.

شمارنده‌های یک عدد را مقسوم‌علیه‌های آن نیز می‌گویند؛ بنابراین بزرگ‌ترین شمارنده مشترک دو عدد همان بزرگ‌ترین مقسوم‌علیه مشترک است که به اختصار آن را م.م.م. می‌نویسند. ب. م. م. دو عدد a و b را به صورت $(a$ و $b)$ نشان می‌دهند؛ مانند:

$$6 = (18 \text{ و } 24)$$

آیا می‌توانید بگویید در فعالیت بالا احمد از چه روشی استفاده کرده است؟

۱- با نوشتن تمام شمارنده‌های دو عدد، ب.م.م آنها را پیدا کنید.

$$(14 \text{ و } 12) =$$

$$(30 \text{ و } 20) =$$

۲- با تجزیه عددها به شمارنده‌های اول، ب.م.م دو عدد را پیدا کنید.

$$(48 \text{ و } 36) =$$

$$(42 \text{ و } 30) =$$



۱- می‌خواهیم یک قاب مستطیلی به طول ۱۶ و عرض ۱۲ سانتی‌متر را با کانس‌های مربعی بپوشانیم. ضلع این کانس‌های مربعی چه عددهایی می‌تواند باشد؟ چرا؟

اگر بخواهیم کانس‌های مصرف‌شده کمترین تعداد باشد (ضلع کانس باید بزرگ باشد)، چه عددی برای ضلع کانس مناسب است؟

چرا؟

اگر بخواهیم کانس‌های مصرف‌شده بیشترین تعداد باشد (ضلع کانس کوچک‌ترین عدد باشد) چه عددی برای ضلع کانس مناسب

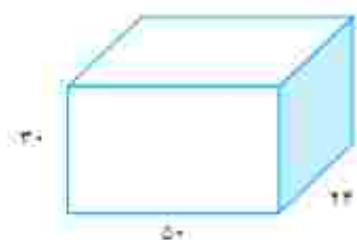
است؟ چرا؟

۲- یک جعبه دستمال کاغذی به شکل مکعب مستطیل داریم که طول آن ۲۵، عرض آن ۱۲ و ارتفاعش ۵ سانتی‌متر است. تعیین

کنید چند عدد از این جعبه‌ها در یک کارتن مکعب مستطیل به ابعاد ۵۰، ۲۴ و ۳۰ سانتی‌متر جا می‌گیرد؟

در این مسئله ابعاد کارتن چه ارتباطی با ابعاد جعبه دستمال دارد؟ با توجه به این ارتباط، شکل زیر را کامل کنید تا مشخص شود

چند جعبه در این کارتن جا گرفته است؟



عددهای زیر تجزیه شده اند. ب.م.م های خواسته شده را به دست آورید.

$$28 = 2 \times 2 \times 7$$

$$12 = 2 \times 2 \times 3$$

$$36 = 2 \times 2 \times 3 \times 3$$

$$(28 \text{ و } 12) =$$

$$(28 \text{ و } 36) =$$

$$(12 \text{ و } 36) =$$

$$(12 \text{ و } 36 \text{ و } 28) =$$



۱- دو ظرف به گنجایش ۱۲ و ۱۸ لیتر داریم. می خواهیم با یک یمانه که هر بار بر و خالی می شود، دو ظرف را به طور کامل پر کنیم. کدام یمانه ها برای این کار مناسب است؟ بزرگ ترین یمانه کدام است؟



۲- یک مکعب مستطیل به ابعاد ۱۲ و ۳۶ و ۲۸ سانتی متر را با مکعب های مساوی پر کرده ایم. بزرگ ترین ضلع این مکعب چه عددی است؟ در این صورت چند مکعب در این مکعب مستطیل جا می شود؟

۳- برای درستی جملات زیر دلیل بیاورید.

اگر دو عدد a و b اول باشند، ب.م.م آنها عدد یک می شود.

اگر عددی بر عدد دیگری بخش پذیر باشد، عدد کوچک تر ب.م.م دو عدد است.

کوچک ترین مقسوم علیه مشترک (یا شماره مشترک) هر دو عدد ۱ است.

۴- ابتدا عددهای صورت و مخرج را تجزیه کنید، سپس کسرها را ساده کنید.

$$\frac{96}{122} =$$

$$\frac{25}{225} =$$

ک.ب.م عددهای زیر را محاسبه کنید.

$$(91 \text{ و } 117) =$$

$$(216 \text{ و } 108) =$$

$$(121 \text{ و } 55) =$$

۵- برای جملات درست زیر ۲ مثال بزنید.

$$(n \text{ و } n) = n *$$

* ب.م.م دو عدد a و b شماره مشترک دو عدد a و b است.

* اگر عدد a اول باشد، ب.م.م a و عدد دیگر مثل b یا یک می شود یا خود a .

کوچک‌ترین مضرب مشترک دو عدد، اولین مضرب مشترک آن دو عدد است. مضرب‌های مشترک بعدی را با داشتن اولین مضرب مشترک می‌توان پیدا کرد. کوچک‌ترین مضرب مشترک دو عدد a و b را به‌طور اختصار $م.م.ک$ می‌گویند و به صورت $[a \text{ و } b]$ نمایش می‌دهند.

$$[6 \text{ و } 4] = 12$$

به‌عنوان نمونه

ا- ک.م.م دو عدد ۱۲ و ۱۸ را پیدا کنید.

مضارب ۱۸:

مضارب ۱۲:

مضارب مشترک ۱۲ و ۱۸: $[12 \text{ و } 18] =$

۲- عدد‌های ۱۸ و ۱۲ به‌صورت تجزیه‌شده، نوشته شده‌اند.

$$18 = 2 \times 3 \times 3$$

$$12 = 2 \times 2 \times 3$$

$$[18 \text{ و } 12] =$$

یا توجه به پاسخ بالا چه رابطه‌ای بین شماره‌های اول دو عدد و ک.م.م آنها می‌بیند؟ توضیح دهید. می‌توانید از مثال زیر هم استفاده کنید.

$$A = 2 \times 3 \times 5 \times 5$$

$$B = 2 \times 5 \times 3 \times 3$$

$$[A \text{ و } B] = 2 \times 3 \times 5 \times 2 \times 5$$

۱- تساوی $6 \times 4 = 24$ را به‌صورت‌های مختلف می‌توان معنا کرد؛ جاهای خالی را کامل کنید.

۴ شماره‌دهنده است. ششمین مضرب عدد ۲۴ است.

۶ شماره‌دهنده است. چهارمین مضرب عدد است.

عدد‌های و شماره‌دهنده‌های هستند. عدد و قابل قسمت است.

۲- یکی از مهم‌ترین کاربردهای ک.م.م در پیدا کردن مخرج مشترک دو کسر است؛ یعنی کوچک‌ترین عددی را پیدا می‌کنیم

که به هر دو مخرج بخش‌پذیر (قابل قسمت) باشد. مانند نمونه، حاصل جمع‌ها و تفریق‌ها را با کمک ک.م.م مخرج‌ها به‌دست آورید.

$$\frac{5}{6} + \frac{4}{9} = \frac{\quad}{18}$$

$$[6 \text{ و } 9] = 18$$

$$\frac{7}{15} + \frac{9}{20} =$$

$$[15 \text{ و } 20] =$$

$$\frac{15}{12} - \frac{7}{18} =$$

$$[12 \text{ و } 18] =$$



۱- هر ۲۰ دقیقه یک اتوبوس خط A از پایانه مسافری حرکت می‌کند. اتوبوس‌های خط B هر ۳۰ دقیقه از پایانه حرکت می‌کند. ساعت ۱۲ ظهر دو اتوبوس در خط‌های A و B هم‌زمان حرکت کرده‌اند. در چه ساعتی به‌طور هم‌زمان اتوبوس‌ها از این دو خط حرکت می‌کنند؟



۲- یک پست دوومیدانی کوچک در یک مجتمع فرهنگی ورزشی قرار دارد. امید و فرامرز از یک نقطه شروع به دویدن می‌کنند. اگر امید هر ۲۵ ثانیه یک دور کامل، میدان دو را طی کند و فرامرز هر ۲۱ ثانیه یک دور کامل طی کند. پس از چند ثانیه فرامرز و امید با هم به همان نقطه شروع می‌رسند؟ در این صورت هر کدام چند دور دویده‌اند؟

۳- آیا ۲۱ مضرب مشترک ۷ و ۳۰ است؟ چرا؟

آیا ۲۲ مضرب مشترک ۷ و ۳۰ است؟ چرا؟

دو عدد ۷ و ۳۰ چند مضرب مشترک دارند؟

۴- دلیل درستی جملات زیر را بیان کنید.

* اگر عددی بر عدد دیگر بخش‌پذیر باشد، عدد بزرگ‌تر ک.م.م دو عدد است.

* اگر ب.م.م دو عدد یک باشد، ک.م.م دو عدد، برابر حاصل ضرب دو عدد است.

* ک.م.م دو عدد اول برابر حاصل ضرب آنهاست.

۵- برای هر کدام از جملات درست زیر یک مثال بزنید.

$$* n = [n \text{ و } ۱]$$

$$* n = [n \text{ و } n]$$

* ب.م.م دو عدد شمارنده ک.م.م دو عدد است.

* حاصل ضرب دو عدد، برابر حاصل ضرب گ.م.م و ب.م.م دو عدد است.

۶- به‌صورت ذهنی تساوی‌ها را کامل کنید.

$$(۲۰ \text{ و } ۳۰) = \quad (۵ \text{ و } ۷) = \quad (۱۵ \text{ و } ۳) = \quad [۱۲ \text{ و } ۴] =$$

$$[۳۰ \text{ و } ۵۰] = \quad (۳۸ \text{ و } ۱۹) = \quad [۱۵ \text{ و } ۳۰] = \quad (۴ \text{ و } ۹) =$$

$$[۴ \text{ و } ۹] = \quad [۳ \text{ و } ۲ \text{ و } ۷] = \quad (۳ \text{ و } ۲ \text{ و } ۷) = \quad [۴ \text{ و } ۶] =$$

در این فصل، اصطلاحات زیر به کار رفته‌اند. مطمئن شوید که می‌توانید یا جملات خود، آنها را تعریف کنید و برای هر کدام یک مثال بزنید.

• عدد اول • شمارنده (مقسوم علیه) یک عدد • شمارنده اول • مضرب • ب.م.م • ک.م.م
 در این فصل روش‌های اصلی زیر مطرح شده‌اند. با یک مثال هر کدام را توضیح دهید و در دفتر خود یک خلاصه درس تهیه کنید.

- نوشتن شمارنده‌های یک عدد
- پیدا کردن شمارنده اول یک عدد
- پیدا کردن تمام شمارنده‌های یک عدد با معلوم بودن تجزیه عدد
- تجزیه عدد به شمارنده‌های اول
- پیدا کردن ب.م.م دو عدد
- پیدا کردن ک.م.م دو عدد
- پیدا کردن عددهای اول
- ساختن عددهای مختلف با شمارنده‌های اول
- نوشتن مضرب‌های یک عدد
- رابطه بین مضرب و شمارنده

از مفاهیم ب.م.م و ک.م.م در محاسبات کسری (ساده کردن و منخرج مشترک) استفاده می‌کنیم. درک شمارنده‌های اول یک عدد، زمینه‌ساز همین بحث به صورت جبری است.

در صورتی که بتوانید تمرین‌های ترکیبی زیر را انجام دهید، مطمئن می‌شوید که این فصل را به خوبی آموخته‌اید:

۱- با توجه به تساوی $3 \times 4 = 12$ معانی مختلف آن را بیان کنید.

۲- ابتدا دو عدد زیر را به شمارنده‌های اول تجزیه کنید، سپس ب.م.م و ک.م.م آنها را به دست آورید.

$$72 \equiv$$

$$60 \equiv$$

۳- عددهای اول بین ۵۰ تا ۸۰ را بنویسید.

۴- با شمارنده‌های اول ۲ و ۳ دو عدد بنویسید که ب.م.م آنها ۶ و ک.م.م آنها ۳۶ باشد.



فصل ۶

سطح و حجم



- حجم های هندسی
- محاسبه حجم های منشوری
- مساحت جانبی و کل
- حجم و سطح

اهمیت بسته بندی محصولات غذایی کمتر از اهمیت تولید آنها نیست. برای مثال در بسته بندی شیرینی و شکلات، کیفیت و ظاهر بسته بندی در فروش آن تأثیر زیادی دارد. یکی از موضوعات مهم در این بسته بندی ها رابطه بین سطح و حجمی است که با آن سطح ساخته می شود.



- ۱- به اطراف خود (کلاس، خانه، حیاطان و...) به دقت نگاه کنید.
آیا چیزی پیدا می‌کنید که حجم نداشته باشد؟
در تصویر مقابل، چه نوع حجم‌هایی را می‌بینید؟
آیا همه آنها شکل هندسی دارند؟
آیا می‌توانید یک طبقه بندی از انواع حجم‌ها ارائه کنید؟

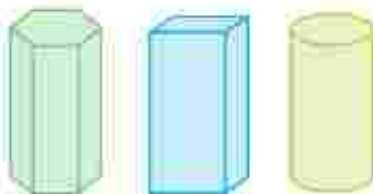
حجم‌ها را می‌توان به دو دسته هندسی و غیرهندسی تقسیم کرد. حجم‌های هندسی شکل‌های مشخص و تعریف‌شده دارند. حجم‌های هندسی را می‌توان به سه دسته اصلی تقسیم کرد: **مستوی - کروی - هرمی**. برخی از حجم‌های هندسی نیز ترکیبی از این سه نوع هستند.

- ۱- در تصویر فعالیت بالا حجم‌های هندسی را با ✓ و غیرهندسی را با ✗ مشخص کنید.
نوع حجم‌های هندسی را تعیین کنید.
در حجم‌های ترکیبی نیز مشخص کنید که از چه نوع حجم‌هایی ساخته شده‌اند.

- ۲- با توجه به شکل‌های زیر، خصوصیت‌های سه نوع حجم هندسی زیر را بنویسید.



حجم‌های کروی



حجم‌های مستوی



حجم‌های هرمی

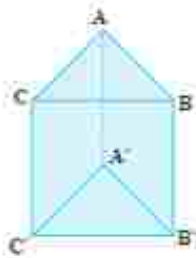
حجم‌های مستوی:

حجم‌های هرمی:

حجم‌های کروی:

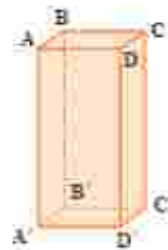
حجم‌های منشوری، بین دو صفحه موازی قرار می‌گیرند
 به این دو سطح موازی که سطح منشوری را قطع می‌کنند، **قاعده** و به سطح‌های اطراف آن **وجه‌های جانبی**
 می‌گویند. به محل برخورد سطح‌ها **بال** و به نقطه برخورد هر سه سطح **رأس** می‌گویند.

۱- مشخص کنید هر یک از منشورهای زیر چند وجه جانبی دارد؛ بال‌ها، رأس‌ها و قاعده‌ها را نام ببرید:



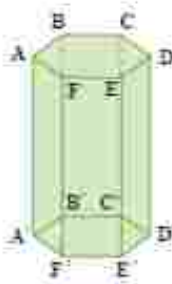
منشور سه‌بُله

تعداد وجه‌های جانبی:
 رأس‌ها:
 بال‌ها:
 قاعده‌ها:



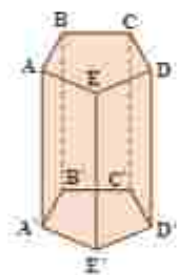
منشور چهاربُله

تعداد وجه‌های جانبی:
 رأس‌ها:
 بال‌ها:
 قاعده‌ها:



منشور شش‌بُله

تعداد وجه‌های جانبی:
 رأس‌ها:
 بال‌ها:
 قاعده‌ها:



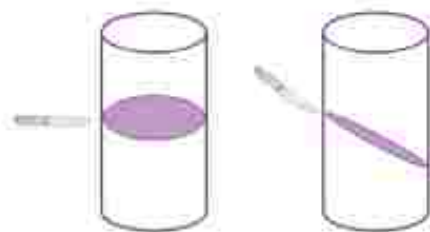
منشور پنج‌بُله

تعداد وجه‌های جانبی:
 رأس‌ها:
 بال‌ها:
 قاعده‌ها:

۲- برای اینکه در نام بودن بال و رأس چیزی جا نیفتد، از چه راهبردی استفاده می‌کنید؟

۳- آیا استوانه هم یک حجم منشوری است؟ چرا؟

با خمیر مجسمه‌سازی (یا می‌توانید از یک سیب‌زمینی استفاده کنید) یک استوانه بسازید. با یک فیچر یا چاقو مانند شکل‌های



مقابل، آن را برش بزنید. سطح برش خورده را رنگ کنید و روی یک کاغذ بزنید. اثر آن به چه شکلی است؟

همین فعالیت را می‌توانید با برش‌های دیگر تکرار کنید. همچنین به جای استوانه می‌توانید منشورهای دیگری را هم امتحان کنید. به این کار **مقطع زدن** می‌گویند.

نرم افزارهای زیادی هستند که می‌توانند این فعالیت را سه‌سازی کنند. در صورت تمایل از آنها استفاده کنید.

۱- آیا ممکن است مقطع یک کره و یک استوانه، هم‌شکل باشد؟ در چه صورت؟



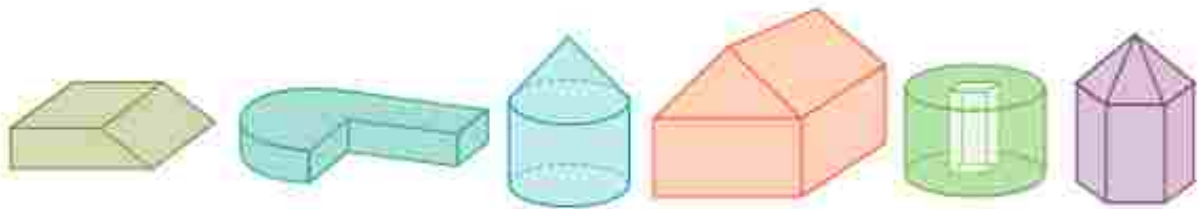
آیا ممکن است مقطع یک منشور و یک هرم هم‌شکل باشد؟

۲- یک استوانه از دید بالا به چه شکلی دیده می‌شود؟

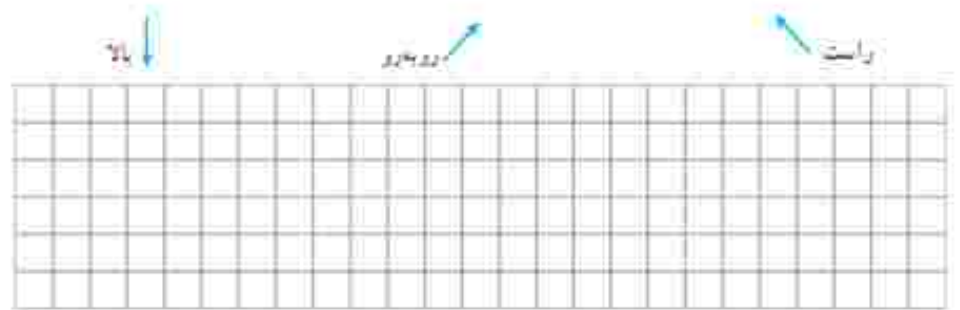
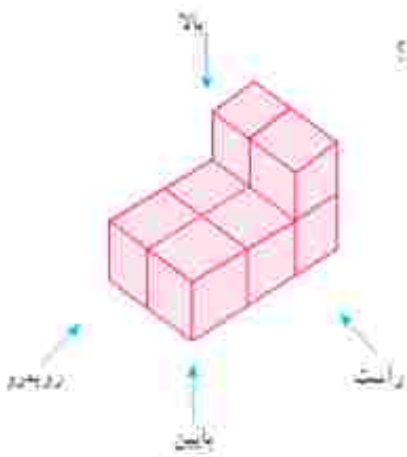
یک منشور شش پهلو به چه شکلی دیده می‌شود؟

رأس‌های منشوری با قاعده شش ضلعی منتظم، روی دایره قاعده استوانه است. این حجم از بالا به چه شکلی دیده می‌شود؟

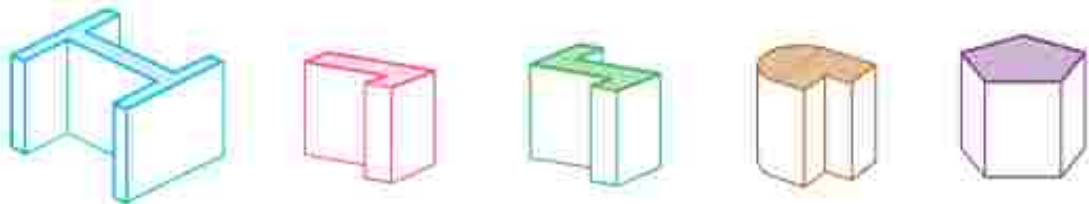
۳- مشخص کنید هر کدام از حجم‌های زیر ترکیبی از کدام حجم‌ها هستند؟



۴- حجم مقابل را از ۴ جهت نگاه می‌کنیم. این حجم از ۴ طرف به چه شکلی دیده می‌شود؟



۵- قاعده منشورهای زیر را رسم کنید (در واقع دید از بالا یا همان مقطع منشور است).



۶- بلورهای معدنی به‌طور طبیعی شکل می‌گیرند

ولی دارای حجم هندسی اند. برای نمونه مشخص کنید

۳ بلور ذوب‌شده از چه حجم‌هایی درست شده‌اند؟

۱- در دوره دبستان آموختید که حجم یک مکعب مستطیل برابر است با حاصل ضرب طول، عرض و ارتفاع. با توجه به درس جبر که در فصل قبل آموختید، حجم مکعب مستطیل را با یک رابطه جبری نشان دهید.



$$V = \text{حجم}$$

۲- فاعده مکعب مستطیل از ۸ مربع به ضلع یک سانتی متر درست شده است. (4×4)

اگر روی این فاعده، مکعب مستطیلی به ارتفاع ۲ سانتی متر درست کنیم،

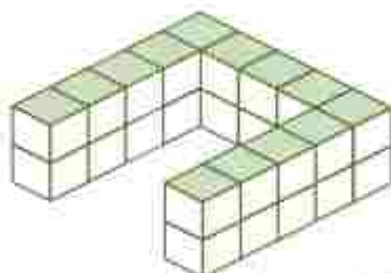
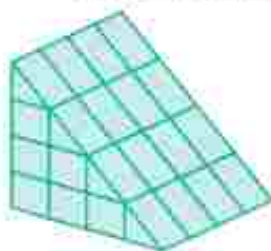
حجم آن چقدر می‌شود؟

اگر فاعده مکعب مستطیل 4×4 باشد، با همان ارتفاع چه حجمی درست می‌شود؟



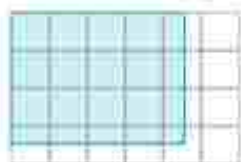
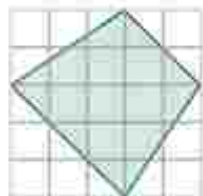
۳- همچنین آموختید که واحد حجم مکعبی به ضلع یک سانتی متر یا یک متر، یک سانتی متر مکعب یا یک متر مکعب است.

مشخص کنید که هر کدام از حجم‌های زیر از چند مکعب واحد درست شده‌اند.



۴- اکنون هر کدام از شکل‌های زیر را به مربع‌هایی به ضلع یک سانتی متر تقسیم کنید تا مشخص شود فاعده هر کدام چند مربع به

ضلع یک سانتی متر است (می‌توانید از عدد‌های گسری هم استفاده کنید).



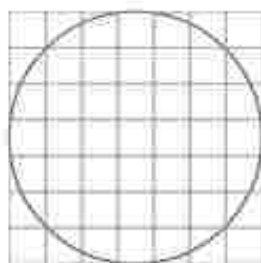
اگر روی این فاعده‌ها منشوری به ارتفاع ۲ سانتی متر درست کنیم، حجم هر کدام چقدر می‌شود؟

اگر به همین ترتیب بتوانیم مساحت فاعده هر منشور را با مربع‌های واحد سطح تقریباً بزنیم، چگونه

می‌توانیم حجم شکل‌های منشوری را به دست آوریم؟

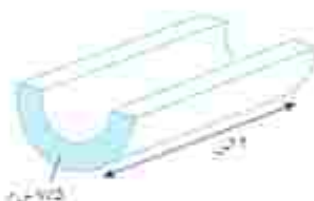
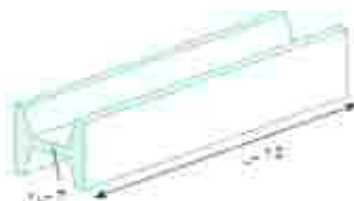
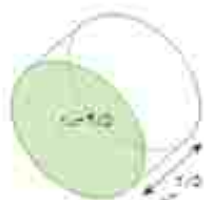
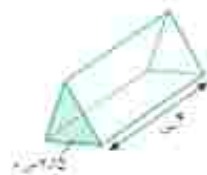
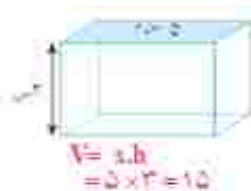
برای مثال فاعده یک استوانه را که به شکل دایره است، با مربع‌های واحد تقرباً بزنیم و حجم

استوانه‌ای به ارتفاع ۲ سانتی متر را به طور تقریبی به دست آوریم.



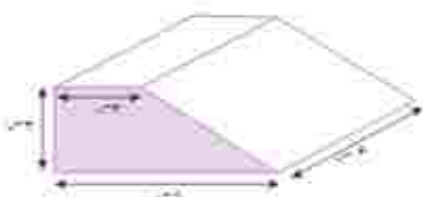
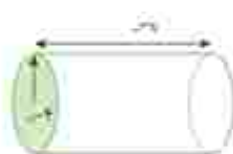
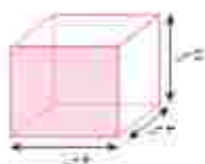
۱- با توجه به فعالیت صفحه قبل، رابطه جبری به دست آوردن حجم های منشوری (V) را که در آن، مساحت قاعده منشور، S و ارتفاع منشور، h است، بنویسید.

۲- با توجه به رابطه بالا و مساحت قاعده داده شده، حجم هر شکلی را محاسبه کنید.



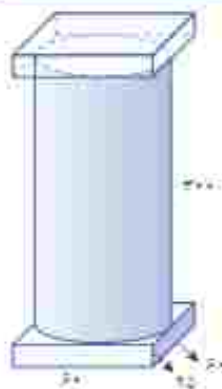
۳- ابتدا مساحت قاعده و سپس حجم هر یک از اجسام زیر را حساب کنید. برای به دست آوردن مساحت و حجم هر شکل

رابطه های جبری را بنویسید.



۴- منبع آبی به شکل استوانه است. شعاع قاعده این منبع $1/8$ متر و ارتفاعش 2 متر است. منبع موصوف، چند متر مکعب آب می گیرد؟

۵- یک جعبه دستمال کاغذی به شکل مکعب مستطیل داریم که طول آن ۲۵، عرض آن ۱۲ و ارتفاعش ۵ سانتی متر است. تعیین کنید چند عدد از این جعبه ها در یک کارتن که به شکل مکعب مستطیل به ابعاد ۵۰ و ۳۰ و ۲۴ سانتی متر است، جا می گیرد؟



۱- حجم ستون شکل مقابل را به صورت تقریبی پیدا کنید.

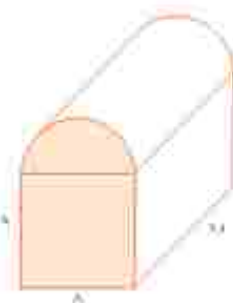
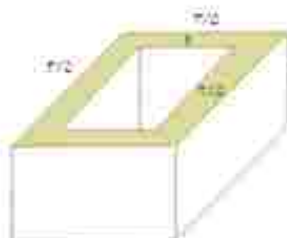
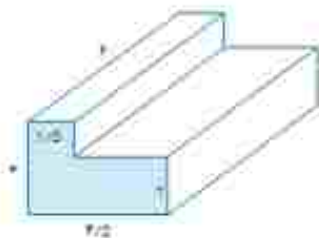
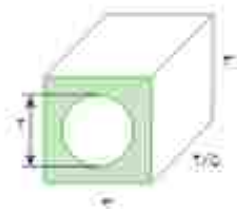
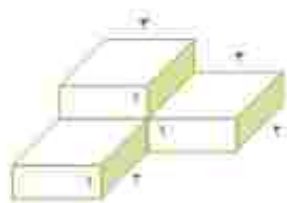
(کل شکل را مکعب مستطیل و با استوانه در نظر بگیرید.)

حالاً کمی دقیق تر محاسبه کنید و آن را به سه قسمت تقسیم کنید و حجم سه تکه را جداگانه حساب کنید

و مجموع را به دست آورید (شعاع قاعده استوانه چند است؟)

تفاوت دو جواب را به دست آورید.

۲- حجم اشکال زیر را به دست آورید.



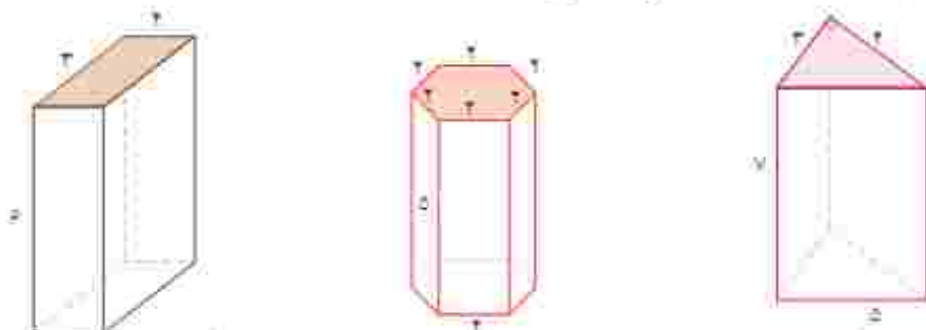
۳- چاهی به عمق ۱۲ متر حفر کرده ایم. شعاع دهانه این چاه $\frac{1}{4}$ متر است. وقتی خاک، کنده و بیرون ریخته می شود، حجم آن $\frac{1}{3}$ برابر می شود. اگر خاک این چاه بعد از بیرون آمدن در سطحی به ابعاد ۴ و ۵ متر به طور یکساخت ریخته شود تا یک مکعب مستطیل به وجود آید، ارتفاع این مکعب مستطیل چقدر خواهد شد؟

۴- حوضی به شکل مکعب مستطیل داریم که ابعاد آن ۴ و ۳ و $\frac{1}{5}$ متر است. می خواهیم این حوض خالی را با شیرآبی که در هر دقیقه ۶ لیتر آب وارد آن می کند، پر کنیم. چند ساعت طول می کشد تا حوض پر شود؟

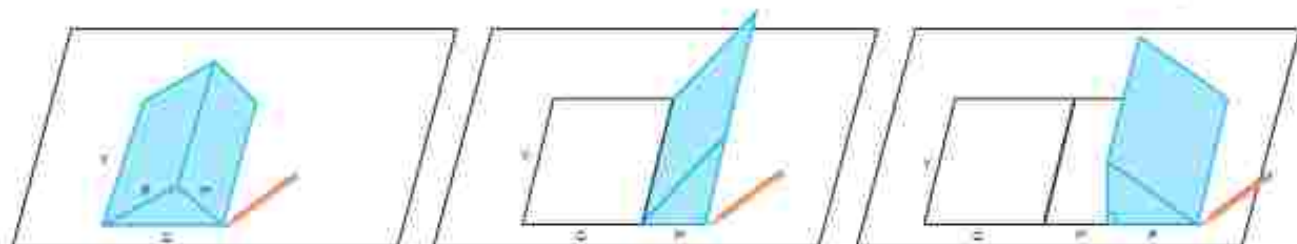
۵- یک پارچ به شکل استوانه داریم که ارتفاع آن ۳ سانتی متر و شعاع قاعده آن ۸ سانتی متر است. آب داخلی این پارچ را در لیوان هایی به شکل استوانه که ارتفاع آنها ۱۰ سانتی متر و شعاع قاعده شان ۴ سانتی متر است، می ریزیم. آب پارچ، چند لیوان را پر می کند؟

۶- قاعده یک منشور سه پهلو، مثلث قائم الزاویه ای است که ضلع های قائمه آن ۳ و ۴ سانتی متر طول دارند. ارتفاع این منشور ۶ سانتی متر است. حجم این منشور را پیدا کنید.

۱- مساحت همه وجه‌های جانبی منشورهای زیر را به دست آورید. هر وجه جانبی چه شکلی دارد؟ به مجموع این مساحت‌ها مساحت جانبی شکل می‌گویند.



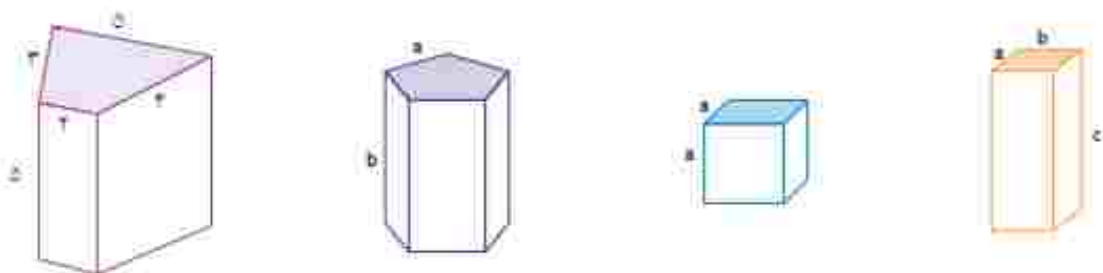
۲- برای به دست آوردن مجموع مساحت جانبی منشور سه‌بهدلوی بالا به صورت زیر، آن را روی کاغذ قرار می‌دهیم و به اندازه طول هر ضلع، یک علامت می‌گذاریم.



یا توجه به شکل‌های بالا چگونه می‌توانستیم به ساده‌ترین روش، مساحت جانبی را به دست آوریم؟

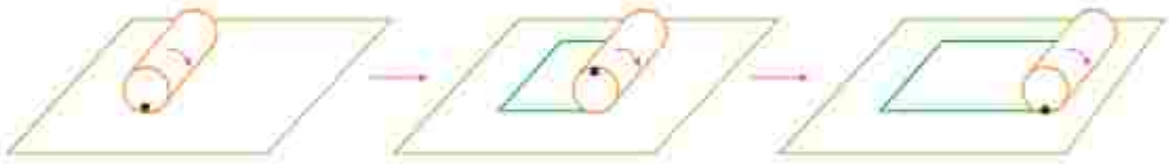
۳- با توجه به سؤال بالا اگر مساحت را با S ، محیط را با P و ارتفاع را با h نشان دهیم، رابطه جبری مساحت جانبی منشورهای بالا را بنویسید.

۱- مساحت جانبی شکل‌های زیر را پیدا کنید.



۲- ستونی به شکل منشور شش‌بهدلو داریم که هر ضلع آن $1/2$ متر و ارتفاع آن 5 متر است. می‌خواهیم بدنه جانبی این ستون را کاشی کاری کنیم. چند متر مربع کاشی لازم است؟

۱- یک استوانه را به شکل زیر، روی یک صفحه می‌غلطانیم و سطحی که استوانه در مسیر حرکتش پوشانده را مشخص می‌کنیم.



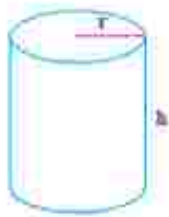
با این کار چه شکلی به دست می‌آید؟

طول و عرض آن چگونه مشخص می‌شود؟

مساحت این شکل را چگونه باید محاسبه کنیم؟

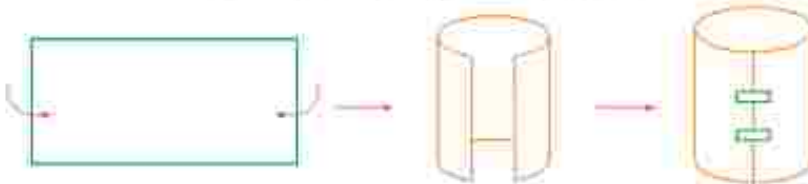
۲- با توجه به سوالات بالا مساحت جانبی یک استوانه به ارتفاع h و شعاع قاعده r را با عبارت جبری نشان

دهید.



$S = \underline{\hspace{2cm}}$

۱- با توجه به فعالیت بالا با یک مستطیل می‌توان یک سطح استوانه‌ای درست کرد.

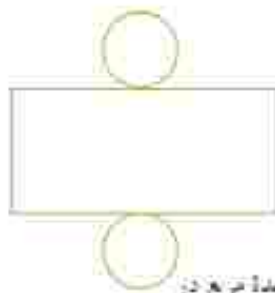


این سطح استوانه‌ای را روی کاغذ بگذارید و دور آن خط بکشید. این دایره، قاعده استوانه است. هر استوانه دو قاعده دارد؛

بین دو دایره و یک مستطیل **مساحت کل** استوانه را تشکیل می‌دهند.

شکل مقابل را گسترده استوانه می‌گویند.

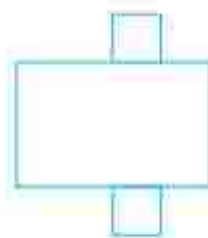
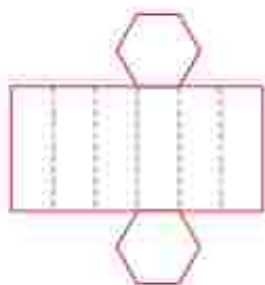
چه رابطه‌ای بین دایره و مستطیل در این گسترده وجود دارد؟



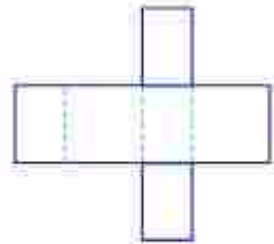
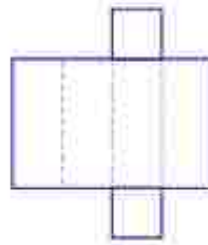
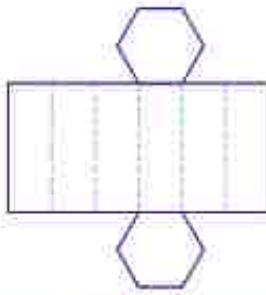
۲- گسترده یک منشور منش بهلو با قاعده منش ضلعی منتظم و گسترده یک مکعب مستطیل با قاعده مربع در

شکل‌های زیر رسم شده‌اند.

چه رابطه‌ای بین قاعده‌ها و مستطیل‌ها وجود دارد؟



۱- در شکل زیر گسترده چند منشور نشان داده شده است. آنها را روی کاغذ بکشید و منشورها را درست کنید و به کلاس بیاورید.



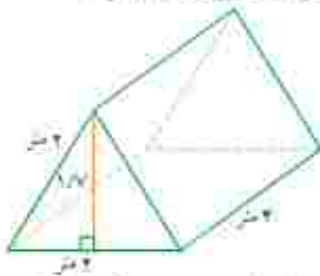
در چه صورت گسترده شکل وسط به یک مکعب تبدیل می شود؟

۲- یک غلتک باید ۴ بار روی زمین آسفالت شده غلت بزند تا سطح آن صاف شود. اگر شعاع غلتک ۵۰ سانتی متر و ارتفاع استوانه آن ۱ متر باشد، برای آسفالت کردن سطح یک کوچه به طول ۲۰ و عرض ۴ متر، این غلتک باید به طور تقریبی چند دور بچرخد؟



۳- یک جرح مانس که کاملاً خیس شده است، مس از ۱۰ دور جرخیدن روی زمین جای خود را مشخص می کند و نهایتاً خشک می شود. اگر ضخامت این جرح ۲۰ سانتی متر و قطر آن ۷۰ سانتی متر باشد، چه مساحتی از زمین را خیس خواهد کرد؟

۴- یک جادر مسافرتی به شکل مقابل داریم. چند متر پارچه برای ساخت آن به کار رفته است؟
حجم این جادر چقدر است؟

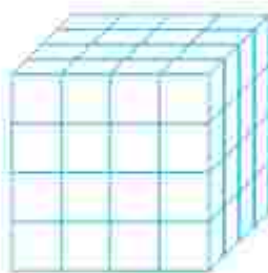


۵- شعاع قاعده یک مخروط نخت به شکل استوانه ای ۳ متر و ارتفاعش ۵ متر است. می خواهیم بدنه خارجی و سقف آن را رنگ بزنیم. اگر هزینه رنگ کردن هر متر مربع ۳۰۰۰ تومان باشد، برای رنگ کردن این مخروط چقدر باید هزینه کرد؟

۶- می خواهیم با مقوا مکعبی به ضلع ۱۰ سانتی متر بسازیم. چند سانتی متر مربع مقوا به کار می رود؟

۷- یک جعبه به شکل مکعب مستطیل به ابعاد ۳۰ و ۵۰ و ۴۰ سانتی متر را با کاغذ کادو بوشانده ایم. برای بوشاندن این جعبه حداقل چند سانتی متر مربع کاغذ کادو مصرف شده؟ چرا در این مسئله حداقل کاغذ لازم خواسته شده است؟

۸- با مکعب های به ضلع ۱ واحد حجم مقابل را ساخته ایم. اگر تمام سطح های این حجم را

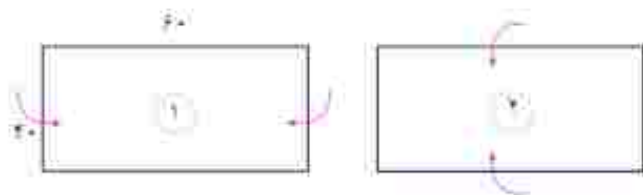


رنگ کنیم، چند مکعب رنگ نمی شود؟

چند مکعب رنگ می شود؟

چند مکعب ۲ وجهشان رنگ می شود؟

چند مکعب ۳ وجهشان رنگ می شود؟



۱- یک مستطیل به طول و عرض داده‌شده را به دو صورت روبرو لوله می‌کنیم تا دو استوانه به دست آید.

در هر حالت حجم استوانه را به دست آورید. مانند نمونه از رابطه‌های جبری کمک بگیرید. برای ساده‌تر شدن محاسبات، عدد π را ۳ در نظر بگیرید. در هر حالت ابتدا شعاع قاعده و ارتفاع استوانه را مشخص کنید.

$$V_1 = h_1 \times S_1 = h_1 \times r_1 \times r_1 \times \pi =$$

$$V_2 = h_2 \times S_2 =$$

با مقایسه حجم‌ها و با توجه به اینکه هر دو حجم با یک مستطیل ساخته شده است، چه نتیجه‌ای می‌گیرید؟



۲- یک کارخانه تولید جای دو نوع بسته‌بندی به شکل‌های روبرو دارد. هر دو نوع قوطی با ورق گالوانیزه (روی‌آمنود) درست شده‌اند. در کدام یک جای بیشتری جا می‌گیرد؟

در کدام یک ورق گالوانیزه بیشتری برای ساخت قوطی به کار رفته است؟ در محاسبات خود عدد π را ۳ در نظر بگیرید. با توجه به عددهای بالا اگر شما مدیر کارخانه باشید، کدام نوع بسته‌بندی را انتخاب می‌کنید؟ چرا؟
کدام نوع بسته‌بندی برای حمل و نقل، مناسب‌تر است و جای کمتری می‌گیرد؟ چرا؟

برای بسته‌بندی شربتی، جعبه‌هایی درست می‌کنند که شکل گسترده آنها به صورت زیر است. پس از تا کردن مربع‌های کوچک گوشه‌ها روی هم قرار می‌گیرند و جعبه درست می‌شود.



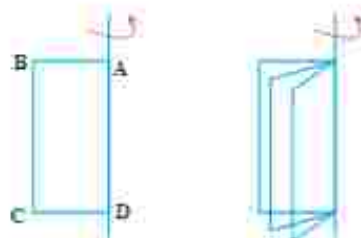
با توجه به اندازه‌هایی داده‌شده، حجم (گنجایش) جعبه را پیدا کنید.

اگر به جای ۵ سانتی متر لبه‌ها را ۶ سانتی متر در نظر بگیریم، جعبه‌ای که با همین مقوا ساخته می‌شود، حجم بیشتری خواهد داشت

یا کمتر؟

مستطیل ABCD را حول محوری که از AD می‌گذرد، دوران می‌دهیم. شکل زیر نشان می‌دهد که مستطیل‌ها چگونه حرکت

می‌کنند.



نمایم مانند شکل مقابل. کاغذی را روی میز بچسبانید و آن را بچرخانید و حرکت مستطیل را تماشا کنید.

یا چرخاندن این مستطیل چه حجمی به وجود می‌آید؟

مشخصات آن حجم را بنویسید.



با حرکت یک سطح در فضا، حجم ساخته می‌شود. همین کار را برای شکل‌های دیگر نیز می‌توان انجام داد تا حجم‌های

دیگری ساخته شوند. در سال‌های بعد در این مورد بیشتر توضیح داده خواهد شد.

۱- سطحی مثل شکل مقابل را حول محور l دوران می‌دهیم.

حجم ساخته شده، چه شکلی خواهد داشت؟ می‌توانیم با چرخاندن یک فرقه، حجم ایجاد شده از حرکت آن را ببینیم.

از این خاصیت در خراطی، تراشکاری و سفالگری برای ساختن حجم‌های مختلف استفاده می‌کنند.

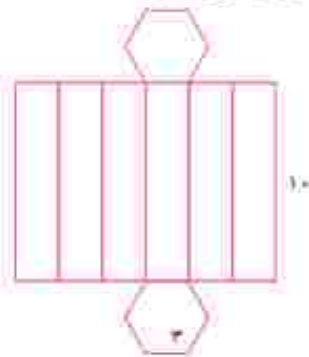


۱

۲- یک مستطیل را یک بار حول محور AD و یک بار حول محور AB دوران دهید. حجم حاصل از این دوران را حساب کنید.



- ۱- یک مقوا به طول و عرض 20×5 را به شکل استوانه‌ای به ارتفاع ۵ در آورده‌ایم. یک مقوای دیگر به ابعاد 10×10 را نیز به شکل استوانه در آورده‌ایم. با توجه به اینکه مساحت مقواها در دو حالت برابر است، کدام استوانه حجم بیشتری دارد؟
- ۲- با شکل مقابل یک منشور درست کرده‌ایم. مساحت جانبی آن را پیدا کنید.

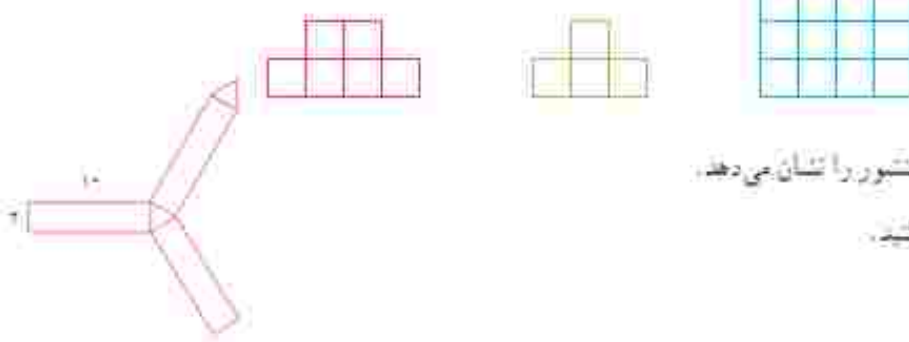


- ۳- یک صابون مکعب مستطیل شکل به حجم ۳۲ سانتی متر مکعب پس از چند بار مصرف، کوچک شده و ابعاد آن، به $2\frac{1}{4}$ و 4 و $1\frac{1}{4}$ سانتی متر کاهش یافته است. چند درصد این صابون استفاده شده است؟
- ۴- یک استوانه که با یک مقوا به طول 20 و عرض 10 سانتی متر ساخته شده به طور تقریبی چه حجمی دارد؟ ارتفاع استوانه 20 است.
- ۵- یک حجم از بالا و سمت راست و روبه‌رو به صورت زیر دیده می‌شود: آن را رسم کنید.

روبه‌رو

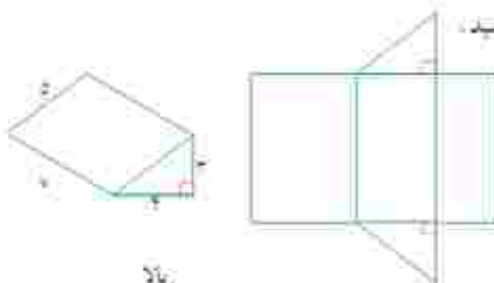
راست

بالا

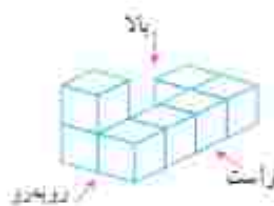


- ۶- شکل مقابل، گسترده یک منشور را نشان می‌دهد. مساحت جانبی منشور را پیدا کنید.

- ۷- با توجه به حجم منشور و ابعاد آن، اندازه ضلع‌های گسترده آن را بنویسید.



- ۸- حجم مقابل از راست، بالا و روبه‌رو چگونه دیده می‌شود؟



در این فصل، اصطلاحات زیر به کار رفته‌اند. مطمئن شوید که می‌توانید با جملات خود، آنها را تعریف کنید. برای هر کدام مثال بزنید.

- حجم هندسی
- حجم منشوری
- مساحت جانبی
- مساحت کل
- گسترده

در این فصل، روش‌های اصلی زیر مطرح شده‌اند. با یک مثال هر کدام را توضیح دهید و در دفتر خود یک خلاصه تهیه کنید.

- انواع حجم‌های هندسی
- حجم مخروطی و حجم منشوری
- قاعده، وجه، بال و رأس حجم‌های منشوری
- مقطع زدن یک حجم منشوری
- رابطه پیدا کردن حجم‌های منشوری
- رابطه پیدا کردن مساحت کل حجم‌های منشوری
- رابطه پیدا کردن مساحت جانبی حجم‌های هندسی
- ساختن یک حجم به کمک گسترده آن
- دوران سطح حول یک محور و ساختن حجم
- مقایسه حجم‌هایی که با یک سطح مشخص درست شده‌اند.

کاربردهای این فصل در زندگی روزمره فراوان است. در دنیای از اجسام زندگی می‌کنیم و نیاز داریم حجم‌های مختلف را

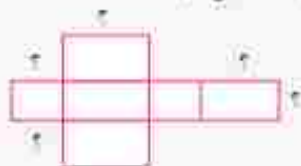
اندازه بگیریم و برای ساختن حجم‌ها نیز از سطح‌ها (کاغذ، مقوا، وری و...) استفاده می‌کنیم.

در صورتی که نتوانید تمرین‌های ترکیبی زیر را انجام دهید، مطمئن باشید که این فصل را به خوبی آموخته‌اید.

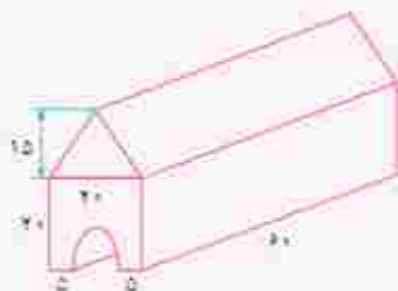
۱- حجم، مساحت جانبی و مساحت کل شکل‌های زیر را به دست آورید.

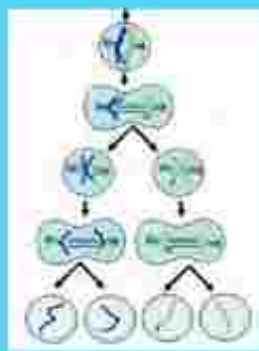
استوانه به شعاع قاعده ۲ و ارتفاع ۲ منشور چهارپهلوی با قاعده مربع به ضلع ۲ و ارتفاع ۲

۲- الف) با توجه به شکل مکعب مستطیل، اندازه ضلع‌های خواسته شده روی گسترده آن را مشخص کنید.



ب) با حجم شکل مقابل را به دست آورید.





فصل ۷

توان و جذر



وقتی یک سلول (یاخته) به سلول‌های دیگر، تبدیل و این عمل تکرار می‌شود، در مدت کوتاهی تعداد سلول‌ها به سرعت افزایش پیدا می‌کند. رشد تعداد سلول‌ها به صورت توانی است. شاید به همین علت است که جراحی‌ها توسط در مدت کوتاهی ترمیم می‌شود و سلول‌های جدید جایگزین سلول‌های مرده می‌شوند.

- تعریف توان
- محاسبه عبارات‌های توان دار
- ساده کردن عبارات‌های توان دار
- جذر و ریشه



۱- امید می‌داند که نوه چهار نفر است. این چهار نفر پدر بزرگ‌ها و مادر بزرگ‌های امیدند. او می‌خواهد بداند که نتیجه چند نفر است؟ (به فرزند نوه، نتیجه می‌گویند.) امید برای یافتن پاسخ سوال خود شکل مقابل را کشید.

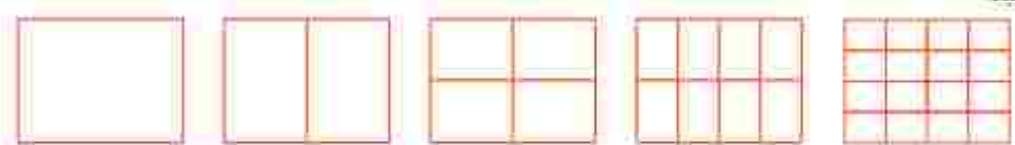
الف) شکل را کامل کنید و با استفاده از آن بگویید که امید نتیجه چند نفر است؟
ب) به نظر شما افرادی که امید، نتیجه آنهاست، چند نفرند؟
ج) به فرزند نتیجه، نتیجه می‌گویند.

جدول مقابل را کامل کنید. برای محاسبه تعداد، از ماشین حساب نیز می‌توانید کمک بگیرید.

تعداد	روش محاسبه	بستگان امید
۲	۲	پدر و مادر
	2×2	پدربزرگ و مادربزرگ
۸		نسل سوم قبل از امید
	$2 \times 2 \times 2 \times 2$	نسل چهارم قبل از امید
		نسل هفتم قبل از امید

۲- یک کاغذ را چند بار تا می‌زنیم و هر بار تعداد قسمت‌هایی را که کاغذ به آنها تقسیم شده است، می‌شماریم. چه الگویی در

تعداد قسمت‌ها می‌بیند؟



تعداد تا	۱	۲	۳	۴	
تعداد قسمت‌ها	۱	۲	2×2	$2 \times 2 \times 2$	$2 \times 2 \times 2 \times 2$

اگر تا زدن را به همین ترتیب ادامه دهیم، در نای هشتم چند قسمت خواهیم داشت؟
در نای دهم چند قسمت خواهیم داشت؟
در نای ۱۱ام چند قسمت خواهیم داشت؟
چه راهی برای خلاصه کردن عبارت‌های بالا پیشنهاد می‌کنید؟

$$\underbrace{2 \times 2 \times 2 \times \dots \times 2}_n$$

(با توجه به اینکه در عمل، تا کردن کاغذ، بیش از چند مرحله ممکن نخواهد بود، برای یافتن جواب‌ها از شکل‌های داده شده استفاده کنید.)

عبارتی مانند $2+2+2+2+2$ را در ریاضیات برای ساده‌تر شدن به صورت 5×2 می‌نویسیم و آن را چنین می‌خوانیم: ۲ به توان ۵. در عبارت 2^5 ، ۲ را پایه و ۵ را توان می‌نامیم.
(درست نیست همان کلری که در سنازه کردن و خلاصه کردن جمع انجام می‌دادیم. $(2+2+2+2+2=5 \times 2)$)

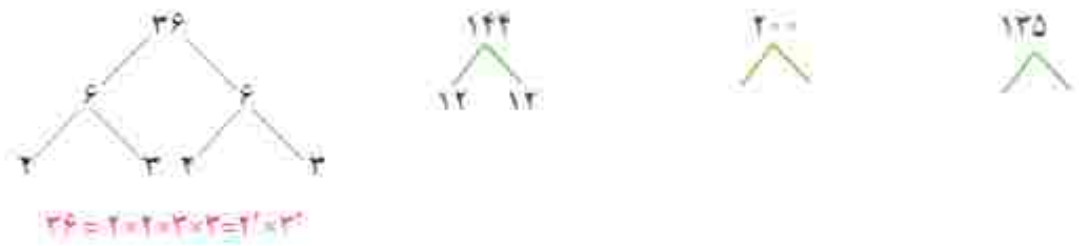
عبارت	شکل ساده شده	خوانده می شود	حاصل
7×7	7^2	هفت به توان ۲	۴۹
7×7	7×7		
$2/5 \times 2/5 \times 2/5$			
	7^2		
	2×1		
$\frac{5}{3} \times \frac{5}{3}$	$(\frac{5}{3})^2$		

۱- جدول مقابل را کامل کنید.

پس از آن عبارات های زیر را به صورت ساده شده بنویسید.

$2 \times 2 \times 2 =$
 $9 \times 9 \times 9 \times 9 \times 9 =$
 $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 =$
 $a \times a \times a =$ $b \times b =$

۲- عددهای داده شده را مانند نمونه تجزیه کنید و به صورت عدد توان دار بنویسید.



۳- کدام یک درست و کدام یک نادرست است؟ در صورت امکان موارد نادرست را اصلاح کنید.

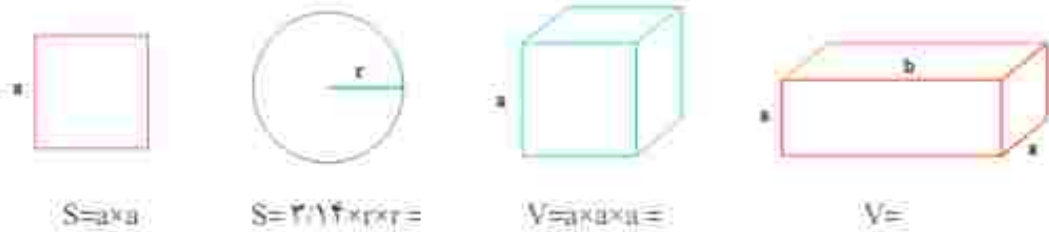
$4^2 = 64$ $5^2 = 5 \times 2$ $(\frac{2}{3})^2 = \frac{2}{9}$ $9^2 = 18$
 $(\frac{1}{3})^2 = \frac{1}{81}$ $\frac{3^2}{5} = \frac{9}{25}$ $5^2 = 2^5$ $(\frac{3}{4})^2 = \frac{9}{4}$
 ۴- تساوی ها را کامل کنید.

$a \times a \times a \times a =$ $b^2 =$ $(\frac{a}{b})^2 =$
 $\frac{a \times a \times a}{b} =$ $x \times x =$ $(y + x)(y + x) =$
 $(ab)^2 =$ $\frac{x \times x \times x}{y \times y \times y \times y \times y} =$

۵- در تکثیر سلول ها، هر سلول به ۲ سلول تقسیم می شود. دوباره هر کدام از آن سلول ها خودشان به ۲ سلول تقسیم می شوند و این روند ادامه پیدا می کند. جدول زیر را کامل کنید و حاصل را به صورت عدد توان دار بنویسید.

مرحله تکثیر	۱	۲	۳	۴			۷	۱۱
تعداد سلول	۲	۲×۲			
به صورت توان دار	۲ ^۱	۲ ^۲						

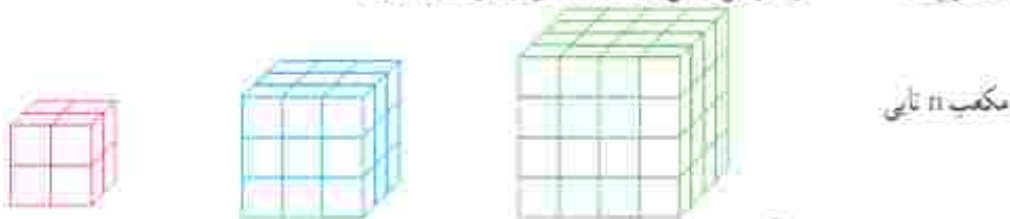
۱- با توجه به شکل های زیر، مساحت و حجم های خواسته شده را با عبارت های توان دار جبری نمایش دهید.



۲- جمله های گامی زیر را به صورت عبارت جبری نشان دهید.

- $a^1 = a$ □ هر عدد به توان یک، برابر خودش می شود:
- یک به توان هر عدد، برابر یک می شود:
- مجذور هر عدد، یعنی آن عدد به توان ۲: = مجذور a
- مکعب یک عدد، یعنی آن عدد به توان ۳: = مکعب a
- صفر به توان هر عدد جز صفر، برابر است با:

۳- تعداد مکعب های کوچک $1 \times 1 \times 1$ را در هر شکل با یک عدد توان دار نشان دهید.



۴- حاصل هر عبارت توان دار را به دست آورید.

$3^2 =$	$4^1 =$	$5^0 =$	$6^2 =$	$7^1 =$
$8^1 =$	$9^2 =$	$10^0 =$	$11^2 =$	$12^1 =$
= مجذور دو	= مجذور یک	= مکعب دو	= مکعب یک	
$\frac{3^2}{5^2} =$	$\left(\frac{3}{4}\right)^2 =$	$\frac{2^2}{7} =$	$12^1 =$	
$10^1 =$	$11^2 =$	$2/1^2 =$	$10^2 =$	

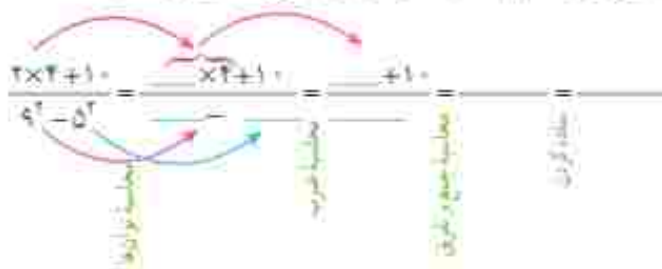
۵- مقدار عبارت 3^3 را به ازای عددهای داده شده به دست آورید.

n	۱	۲	۳	۴
3^n	$3^1 =$	$3^2 =$		

۶- حاصل عددهای $2^1, 2^2, 2^3, 2^4, 2^5$ را به دست آورید و به صورت نمودار ستونی در دفتر خود رسم کنید (باید واحد مناسبی برای محور عمودی رسم کنید). در مورد شبیه رسم هر ستون توضیح دهید. آیا می توانید 2^6 یا 2^7 را در دفتر خود رسم کنید؟ چرا؟

۷- عدد 11^{11} به طور تقریبی چند رقمی است؟ چرا؟

ترتیب انجام عملیات را در دورهٔ دبستان آموخته‌اید. با توجه به درس توان، ترتیب انجام دادن عملیات مختلف ریاضی به صورت (۱) براثر (۲) توان (۳) ضرب و تقسیم (۴) جمع و تفریق انجام می‌شود. به کامل کردن مراحل محاسبه عبارت و همچنین ترتیب انجام عملیات و نحوه نوشتن راه حل توجه کنید.



محاسبه‌های بعدی را کامل کنید.

$$2 \times 3^2 - (2^2 + 2) = 2 \times \underline{\quad} - (\underline{\quad} + \underline{\quad}) = \underline{\quad} - \underline{\quad} = \underline{\quad}$$

$$\frac{10 + (8 - 6) + 9 \times 2}{2^0 + 3^0} = \frac{10 + \underline{\quad} + 9 \times 2}{\underline{\quad} + \underline{\quad}} = \frac{\underline{\quad} + \underline{\quad}}{\underline{\quad}}$$

۱- حاصل عبارات‌ها را به دست آورید.

$$2^0 + 3^0 =$$

$$2^0 \times 3^0 =$$

$$2^0 - 3^0 =$$

$$2^0 \div 8 =$$

$$\left(\frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{8} =$$

$$5^0 - 5 \times 2 =$$

$$\left(\frac{5}{2}\right)^2 - \left(\frac{2}{5}\right)^2 =$$

$$\frac{1}{2} + \left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^{-2} =$$

$$2^0 - 3^0 + 1^0 =$$

$$5^0 + 1^0 + 1^0 =$$

۲- کدام یک درست و کدام یک نادرست است؟ دلیل خود را توضیح دهید.

$$(3+2)^0 = 3^0 + 2^0$$

$$(2 \times 3)^0 = 3^0 \times 2^0$$

$$\left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{2^2}{3^2}$$

$$5 \times 6^0 = (6 \times 5)^0$$

$$2^0 \times 5^0 = 1 \times 1$$

$$2^2 \times 2^0 = 2^2$$

۳- روش محاسبه را توضیح دهید.

$$2^8 \div 8^0 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 8 \times 8$$

۱- مانند نمونه، عبارت‌های توان‌دار را حساب کنید.

$$2^3 = 2 \times 2 \times 2 =$$

$$(-2)^3 = (-2) \times (-2) \times (-2) =$$

$$(-2)^2 =$$

$$(-2)^2 =$$

$$(-2)^3 =$$

$$(-2)^2 =$$

با توجه به توان‌ها و حاصل عبارت‌ها چه نتیجه‌ای می‌گیرید؟

۲- عبارت‌های زیر را حساب کنید.

$$-2^3 = -2 \times 2 \times 2 =$$

$$(-2)^3 =$$

$$-2^2 =$$

$$(-2)^2 =$$

۳- الگوی عددی زیر را کامل کنید.

$$2^4 \rightarrow 2^3 \rightarrow 2^2 \rightarrow 2^1 \rightarrow 2^0 \rightarrow 2^{-1} \rightarrow 2^{-2} \rightarrow 2^{-3}$$

$$64 \rightarrow 32 \rightarrow 16 \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow$$

ارتباط بین عددهای توان‌دار و حاصل آنها را توضیح دهید.

به نظر شما در جای خالی، چه عددی باید نوشت؟

۱- حاصل عبارت‌های زیر را به دست آورید.

$$-3^2 =$$

$$(-5)^2 =$$

$$-1^2 =$$

$$(-1)^2 =$$

$$(-1)^3 =$$

$$-1^3 =$$

$$7 =$$

$$\left(\frac{2}{3}\right)^2 =$$

$$(-9)^2 =$$

$$10 + 1/1^2 =$$

$$4 + 2^2 =$$

$$-1^2 =$$

$$2^2 =$$

$$(-2)^2 =$$

$$5^2 =$$

۲- در جای خالی علامت < یا = یا > بگذارید.

$$2^2 \text{ } \bullet \text{ } 2^3$$

$$7^2 \text{ } \bullet \text{ } 7^3$$

$$\left(\frac{2}{3}\right)^2 \text{ } \bullet \text{ } 2^2$$

$$(-2)^2 \text{ } \bullet \text{ } (-2)^3$$

۱- کدام درست و کدام نادرست است؟ علت نادرستی را توضیح دهید.

$$(3+2) = 2+3$$

$$\left(2\frac{1}{4}\right)^2 > \left(-\frac{1}{4}\right)^2$$

$$\left(-\frac{2}{3}\right)^2 + \left(\frac{1}{3}\right)^2 > 1$$

$$4+3=6$$

$$2+3+5=1$$

$$3 < (-2)^2$$

۲- الف) حاصل عبارت‌های زیر را به دست آورید.

$$2 \times 10^7 + 4 \times 10^7 + 7 \times 10^7 + 2 \times 10^7 =$$

$$5 \times 10^2 + 0 \times 10^2 + 1 \times 10^1 + 9 \times 10^0 =$$

ب) با توجه به تمرین‌های بالا عددهای زیر را به صورت گسترده و سپس به صورت توانی نمایش دهید.

$$4235 = 4 \times 10^3 + 2 \times 10^2 + 3 \times 10^1 + 5 =$$

$$92 \times 7 =$$

۳- به جای n عددهای ۱ تا ۵ را قرار دهید و دو عبارت 4^n و n^4 را با هم مقایسه کنید. برای محاسبات از ماشین حساب استفاده

کنید.

n	۱	۲	۳	۴	۵
4^n					
n^4					

برای $n=10$ کدام یک بزرگ‌تر از دیگری است؟

۴- در بعضی از ماشین حساب‌ها از کلید توان به صورت زیر استفاده می‌شود. برای مثال 4^2 به صورت زیر محاسبه می‌شود. حالا

نسبتاً عددهای مختلف را در ماشین حساب وارد و حاصل آنها را ملاحظه کنید. چه راه دیگری برای پیدا کردن جواب 4^2 وجود دارد؟

$$2 \times 3 =$$

۵- حاصل عبارت‌ها را به ازای عددهای داده شده به دست آورید:

$$a^2 - b^2 + ab \quad a = -2 \quad b = 2$$

$$a^2 - 2b^2 + a^2b \quad a = 1 \quad b = -2$$

۱- زهره می‌خواست مسئله‌هایی را که معلم برای تمرین تعیین کرده بود، حل کند. معلم ریاضی خواسته بود که دانش‌آموزان مساحت مستطیلی به طول 2^4 و عرض 2^2 را به دست آورند. زهره به صورت زیر عمل کرد و عبارات‌ها را به صورت ضرب نوشت.

$$S = a \times b = 2^4 \times 2^2 = \underbrace{2 \times 2 \times 2 \times 2}_{\text{۲ مرتبه}} \times \underbrace{2 \times 2}_{\text{۲ مرتبه}}$$

سینا با مشاهده عبارت زهره به او گفت: هفت تا ۲ ضرب شده است؛ پس عبارت تو یا 2^7 برابر است. نتیجه‌گیری سینا را با یک تساوی نشان دهید.

$$2^4 \times 2^2 = \underbrace{2 \times 2 \times 2 \times 2}_{\text{۲ مرتبه}} \times \underbrace{2 \times 2}_{\text{۲ مرتبه}} = 2^7$$

۲- مانند نمونه عمل کنید.

$$4^2 \times 4^2 = \quad 7^2 \times 7^2 =$$

$$x^2 \times x^2 = \quad a^2 \times a^2 =$$

با توجه به تساوی‌های بالا یک رابطه برای ساده کردن ضرب عبارات‌های توان‌دار با پایه‌های متساوی بنویسید.
۳- با توجه به رابطه بالا مانند نمونه، عبارات توان‌دار را به صورت ضرب ۲ یا چند عبارت توان‌دار بنویسید:

$$2^4 = 2^2 \times 2^2 \quad 2^4 = \times \quad 2^4 = \times \times$$

$$5^4 = \times \quad 5^4 = \times \quad 5^4 = \times \times$$

۱- حاصل عبارات‌های زیر را به صورت یک عدد توان‌دار بنویسید.

$$5^4 \times 5^4 = \quad (-2)^4 \times (-2)^4 = \quad (-4)^4 \times (-4)^4 =$$

$$7^2 \times 7^2 = \quad \left(\frac{1}{4}\right)^5 \times \left(\frac{1}{5}\right)^5 = \quad 1/5^4 \times \left(\frac{2}{5}\right)^4 =$$

۲- با باز کردن عبارات توان‌دار، جواب را ساده‌تر کنید و محاسبات را مانند نمونه پاسخ دهید.

$$3^4 = 3^2 \times 3^2 = 9 \times 9 = 9^2 \quad 2^4 = \quad 4^4 = \quad 5^4 =$$

۳- اگر $2^4 = 16$ باشد حاصل 2^8 را به دست آورید.

۱- مانند نمونه عبارات‌ها را باز کنید و دوباره به صورت عدد توان دار بنویسید.

$$2^5 \times 5^2 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 5 \times 5 = 1 \times 1 \times 1 \times 1 =$$

$$3^3 \times 4^1 = \left(\frac{3}{4}\right)^3 \times 5^2 =$$

$$a^3 \times b^1 = x^1 \times y^2 =$$

با مقایسه تساوی‌ها یک قانون کلامی برای ساده کردن ضرب عبارات‌های توان دار یا توان‌های مساوی به دست آورید.

۲- با قانونی که به دست آورده‌اید، عبارات‌های زیر را ساده کنید.

$$2^5 \times 3^4 = \left(\frac{2}{3}\right)^5 \times \left(\frac{3}{2}\right)^4 = \left(\frac{1}{2}\right)^5 \times 3^5 =$$

$$(-2)^3 \times (-1)^2 = (-2)^2 \times 3^5 = x^1 \times y^2 =$$

$$(ab)^3 = a^3 \times b^3 \quad 4^2 = (2 \times 2)^2 = 2^2 \times 2^2$$

۳- به تساوی‌های روبه‌رو توجه کنید.

مانند نمونه‌های بالا عددهای توان دار زیر را باز کنید.

$$15^2 = 1 \cdot 1^2 = 1 \cdot 2^4 =$$

$$(xy)^3 = (xyz)^2 = 3 \cdot 5^2 =$$

۱- مانند نمونه عبارات‌های توان دار را با جایی که ممکن است ساده کنید.

$$5^2 \times 5^3 \times 7^1 = \underline{\hspace{2cm}} \times 7^1 = \underline{\hspace{2cm}} \quad 7^2 \times 7^3 \times 9^2 =$$

ضرب توان‌های مساوی ضرب توان‌های مساوی

$$2^5 \times 6^2 \times 3^3 \times 4^2 = \underline{\hspace{2cm}} \times \underline{\hspace{2cm}} =$$

$$(2^2 \times 3^3 \times 5) \times (2^3 \times 3^2 \times 5^2) =$$

۲- عبارات توان دار مقابل را با جایی که ممکن است، ساده کنید.

به جای a و b یک بار عددهای ۳ و ۵ و یک بار ۴ و ۷ قرار دهید و تساوی‌ها را به صورت عددی بنویسید.

۱- در تساوی های زیر به جای a و b و c عددهای مختلفی قرار دهید و تساوی های عددی بسازید.

$$a^a \times a^a = a^{2a}$$

$$a^a \times b^a = (a \times b)^a$$

۲- با استفاده از تجزیه به عددهای اول، هر عدد را به صورت توان دار بنویسید.

$$۱۲۱ =$$

$$۲۵۶ =$$

$$۴۴۱ =$$

$$۱۰۰۰۰۰ =$$

۳- مسئله هایی طرح کنید که پاسخ آنها: $۲^۲$ (الف)، ۲×۲ (ب) و $۵^۱$ باشد. (ج)

۴- عددهای توان دار را از کوچک به بزرگ مرتب کنید. $۹^۱$ و $۸^۱$ و $۶^۱$ و $۴^۱$ و $۳^۱$

۵- کدام یک درست و کدام یک نادرست است؟ توضیح دهید.

$$۲^۳ \times ۲^۳ = ۲^۶$$

$$۳^۳ \times ۲^۳ = ۶^۳$$

$$۲^۳ + ۲^۳ = ۶^۳$$

$$۳^۳ \times ۲^۳ = ۲^۶$$

$$۳^۳ \times ۲^۳ = ۶^۳$$

$$۲^۳ + ۳^۳ = ۷^۳$$

$$(-۲)^۳ \times ۷^۳ = (-۱۴)^۳$$

$$\left(\frac{۲}{۳}\right)^۳ \times \left(\frac{۲}{۳}\right)^۳ = \left(\frac{۲}{۳}\right)^۶$$

۶- کدام یک از عبارت های زیر $\left(\frac{۲}{۳}\right)^۳$ را نشان می دهد؟

$$\frac{۲}{۳} \times \frac{۲}{۳} \times \frac{۲}{۳}$$

$$\frac{۲+۲+۲}{۳}$$

$$\frac{۳ \times ۲}{۳}$$

$$\frac{۲}{۳} \times ۳$$

$$\frac{۲}{۳} + \frac{۲}{۳} + \frac{۲}{۳}$$

$$\frac{۲}{۳} + ۳$$

۷- به جدول زیر توجه کنید و با توجه به آن، سؤال ها را جواب دهید.

$۲^۱$	$۲^۲$	$۲^۳$	$۲^۴$	$۲^۵$	$۲^۶$	$۲^۷$	$۲^۸$	$۲^۹$
۱	۲	۱۶	۶۴	۲۵۶	۱۰۲۴	۴۰۹۶	۱۶۳۸۴	۶۵۵۳۶

حاصل عبارت ۴۰۹۶×۶۵۵۳۶ را به صورت توان دار بنویسید.

عدد رقم های $۴^۱$ را پیش بینی کنید. فکر می کنید $۲^۱$ چند رقمی می شود؟ چرا؟

۸- جاهای خالی را کامل کنید. چه الگویی مشاهده می کنید؟ یک تساوی دیگر بنویسید.

$$۳^۳ - ۱^۳ = ()^۳$$

$$۶^۳ - ۳^۳ = ()^۳$$

$$۱۰۰^۳ - ۶۲^۳ = ()^۳$$

$$۱۵^۳ - ۱۰^۳ = ()^۳$$

$$۲۱^۳ - ۱۵^۳ = ()^۳$$

آیا این الگو برای $۳^۳ - ۱^۳ = ۲^۳$ درست است؟

۹- در جای خالی یکی از عمل های $+$ یا $-$ یا \times یا \div را قرار دهید تا تساوی برقرار باشد.

$$۲^۳ \square ۸ = ۴$$

$$۳^۳ \square ۷ = ۵۸$$

$$(-۷) \square ۸^۳ = ۳^۳$$

$$۲^۳ \square ۱۶ = ۲ \square ۲^۳$$

۱- مساحت یک زمین بازی کودکان مربع شکل، برابر ۱۴۴ متر مربع است. طول ضلع این مربع چند متر است؟

۲- یک شرکت برای محوطه‌سازی، سنگ‌های مرمر در اندازه‌های 25×5 سانتی متر خریده است. این شرکت در مجموع ۸۱ متر مربع سنگ برای این کار خریده است. ضلع بزرگ‌ترین مربعی که می‌توان با این سنگ‌ها ساخت چند متر است؟

۳- در جدول زیر طول ضلع عددی مربع و مساحت آنها داده شده است. جاهای خالی را کامل کنید.

طول ضلع	۳		۱۵	$\frac{1}{5}$		۷.۲			۰.۹
مساحت مربع	۹	۱۶			۸۱		$\frac{۱۲۱}{۳۶}$	۴۰۰	

۴- در الگوی عددی زیر آیا عدد ۱۵ قرار می‌گیرد؟ چرا؟

۱، ۲، ۳، ۴، ۵، ...

با کمک ماشین حساب و راهبرد حدس و آزمایش، عددی پیدا کنید که بتوان به‌جای x قرار داد:

$$x^2 = 15$$

در تساوی $3^2 = 9$ ، عدد ۹ را توان دوم یا مجذور عدد ۳ و عدد ۳ را نیز **ریشه دوم** یا **جذر** ۹ می‌نامند. آیا ۳- نیز

ریشه دوم ۹ است؟ چرا؟

جدول زیر را کامل کنید.

عدد	۹	۱۵	$\frac{1}{4}$	
ریشه دوم	۳ و -۳			۷ و -۷
رابطه ریاضی	$(-3)^2 = 9$ $3^2 = 9$			

توان دوم یا مجذور عدد ۳ را با 3^2 و توان دوم یا مجذور عدد ۳- را با $(-3)^2$ نمایش می‌دهیم. برای نمایش ریشه دوم صحت از نماد $\sqrt{\quad}$ (بخوانید **ریشه‌کامل**) استفاده می‌کنیم.
ریشه‌های دوم عدد ۹ را با $\sqrt{9}$ و $-\sqrt{9}$ نشان می‌دهیم. به عبارت دیگر $\sqrt{9} = 3$ و $-\sqrt{9} = -3$.

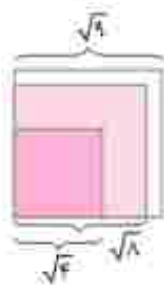
۱- تساوی‌ها را کامل کنید.

$$\begin{array}{cccc} \sqrt{16} = & -\sqrt{16} = & \sqrt{36} = & -\sqrt{81} = \\ \sqrt{\frac{1}{100}} = & -\sqrt{\frac{9}{25}} = & \sqrt{49} = & \sqrt{\frac{1}{81}} = \end{array}$$

۲- کدام یک درست و کدام یک نادرست است؟ علت نادرستی را توضیح دهید.

$$\begin{array}{cccc} \sqrt{25} > 5 & \sqrt{25} = 5 & \sqrt{25} = 5 \times 2 & \sqrt{25} = 25 \\ \sqrt{25} = 5^2 & \sqrt{25} = -5 & -\sqrt{25} = -5 & \sqrt{25} < 5 \end{array}$$

۱- در شکل زیر، مربع‌هایی با مساحت ۸، ۴ و ۹ نمایش داده شده‌اند. طول ضلع‌های مربع‌ها نیز مشخص شده است. با کمک شکل عبارت را کامل کنید.



به نظر شما عدد $\sqrt{8}$ به کدام یک از این دو عدد نزدیک‌تر است؟

۲- به کمک روش بالا و با توجه به سطر اول جدول زیر، جذر تقریبی عددهای داده‌شده را به دست آورید و جدول را کامل کنید.

مربع کامل قبلی	عدد	مربع کامل بعدی	جذر تقریبی
۴	۵	۹	$\sqrt{5}$ بین عددهای ۲ و ۳ است
	۱۷		
	۶۱		
			$\sqrt{60}$ بین عددهای ۵ و ۶ است

۱- می‌خواهیم مقدار تقریبی $\sqrt{28}$ را به دست آوریم.

الف) $\sqrt{28}$ بین کدام دو عدد طبیعی قرار دارد؟ چرا؟

ب) به کدام یک نزدیک‌تر است؟ چرا؟

ج) با توجه به جدول زیر جای خالی را کامل کنید:

$$\sqrt{28} =$$

عدد	۵	۵۱	۵۲	۵۳	۵۴
مختلّف	۲۵	۲۶۰۱	۲۷۰۴	۲۸۰۹	۲۹۱۶

۲- به همین روش مقدار تقریبی عددهای زیر را به دست آورید.

$$\sqrt{30} =$$

$$\sqrt{14} =$$

$$\sqrt{8} =$$

۱- چرا عددهای منفی جذر ندارند؟ یعنی عبارت مقابل بی‌معناست؟ $\sqrt{-25} = ?$

۲- کدام یک درست و کدام یک نادرست است؟

$$\sqrt{5} > 2$$

$\sqrt{6}$ بین ۵ و ۷ است

$$\sqrt{15} < \sqrt{21}$$

$$\sqrt{12} < 2$$

$\sqrt{40}$ بین ۵ و ۷ است

$$\sqrt{3} > 2$$

۳- به جای \square در محور اعداد زیر یکی از عددهای $\sqrt{4}$ ، $-\sqrt{4}$ ، $\sqrt{\frac{1}{4}}$ ، $-\sqrt{\frac{1}{4}}$ ، $\sqrt{6}$ ، $\sqrt{\frac{9}{4}}$ و $-\sqrt{9}$ را قرار دهید.



۴- جاهای خالی را کامل کنید:

الف) ۷ و -۷ ریشه‌های \square هستند. ب) مجذور عدد صفر همان \square است.

ج) اگر عددی صفر نباشد، توان دوم آن همیشه \square است.

د) هر عدد مثبت دارای \square ریشه دوم است که یکی از آنها \square دیگری است.

۵- مقدار تقریبی عددهای زیر را به دست آورید.

$$\sqrt{1000}$$

$$\sqrt{500}$$

$$\sqrt{30}$$

$$\sqrt{40}$$

در این فصل، اصطلاحات زیر به کار رفته اند. مطمئن شوید که می‌توانید با جملات خود آنها را تعریف کنید و برای هر کدام یک مثال بزنید.

- توان ● پایه ● مجذور ● مکعب ● جذر ● جذر تقریبی

در این فصل روش‌های اصلی زیر مطرح شده‌اند. با یک مثال، هر کدام را توضیح دهید و در دفتر خود یک خلاصه درس تهیه کنید.

- محاسبه عدد توان‌دار
- محاسبه یک عبارت توان‌دار با رعایت ترتیب
- محاسبه عبارت توان‌دار با پایه‌های متغی
- قانون ضرب یا پایه‌های مساوی
- استفاده از قانون ضرب یا پایه‌های مساوی در محاسبه
- قانون ضرب یا توان‌های مساوی
- استفاده از قانون ضرب یا پایه‌های مساوی در تجزیه عددها
- ساده کردن یک عبارت توان‌دار
- مفهوم جذر و ریشه
- پیدا کردن جذر یا ریشه عددهای مربع کامل و جذر تقریبی
- مفهوم مجذور و مکعب

از این درس در ساده کردن عبارت‌های جبری و نوشتن رابطه‌های ریاضی در محاسبه سطح و حجم استفاده می‌کنیم.

در صورتی که بتوانید تمرین‌های ترکیبی زیر را انجام دهید، مطمئن می‌شوید که این فصل را به خوبی آموخته‌اید.

۱- عبارت توان‌دار زیر را محاسبه کنید.

$$(2^3 + 1)^2 + 2^2 \times 3^2 - 1^2 =$$

۲- عبارت توان‌دار را تا جایی که ممکن است، ساده کنید.

$$(-1/25)^2 \times (\frac{1}{4})^2 \times \frac{1}{3^2} =$$

$$4^2 \times 8^2 \times 6^2 \times 3^2 =$$

۳- مقدار تقریبی عدد $\sqrt{32}$ را بنویسید.

۴- ریشه‌های دوم عدد ۱۲۱ را بنویسید و تساوی‌های زیر را کامل کنید.

$$\sqrt{49} =$$

$$-\sqrt{121} =$$

$$-\sqrt{25} =$$

$$\sqrt{121} =$$



فصل ۸

بردار و مختصات



- بار و خط جهت دار
- بردارهای مساری و قرینه
- مختصات
- بردار انتقال

همین موقعیت و مکان یک شیء مثل هواپیما و مسریابی و هدایت آن در فضا با یک گنشی دور دریا یا دانشن مختصات آن شیء در هر لحظه امکان پذیر است. بیان موقعیت اشیا با عدد، امکان کار یا رایانه را نیز فراهم می کند تا به کار سرعت بیشتری بدهند.

۱- شکل مقابل به دسته خط را که هر دسته یا یک رنگ مشخص شده اند، نشان می دهد.

همان گونه که در شکل می بینید هر دو خط که با رنگ یکسان کشیده شده اند، باهم موازی یا به عبارتی **هم راستا** هستند.

اگر بخواهیم بر روی یک خط جهت مشخص کنیم، طبیعی است که می توان دو جهت تعین کرد.

۲- در شکل (۱) جهت خطوط دسته (الف) را به گونه ای مشخص کنید که:

- خط (۱) یا خط (۲) و خط (۳) یا خط (۴) هم جهت باشند.

- خط (۸) یا خط (۱۱) هم جهت باشند و خطوط (۹) و (۱۰) و (۱۲) نیز باهم، هم جهت باشند.

- آیا می توانید خطوط (۵) و (۶) و (۷) را طوری جهت دهی کنید که هیچ کدام باهم، هم جهت نباشند؟

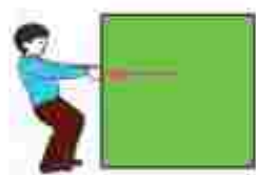
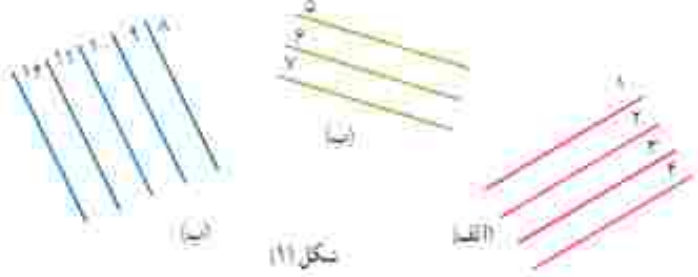
همانطور که دیده می شود اگر بخواهیم برای یک دسته خطوط هم راستا جهت تعین کنیم، آنگاه هر دو خط از آن دسته، یا هم جهت خواهند بود و یا جهتی عکس هم خواهند داشت.

۳- شخصی در حال حرکت دادن یک جعبه روی زمین است.

راستایی که شخص به جسم، نیرو وارد می کند، روی شکل مشخص شده است. اگر اندازه نیرویی را که شخص به جعبه وارد کرده است با پاره خطی به طول یک سانی متر نشان دهیم، روی راستایی بالا مقدار نیرو و جهت آن را نشان دهید.

در شکل مقابل همان شخص ۲ برابر نیرو به جسم وارد کرده است.

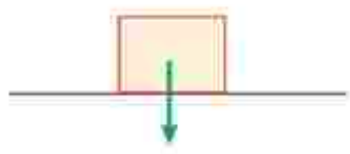
راستا، اندازه و جهت نیرو را روی شکل، مانند بالا نشان دهید.



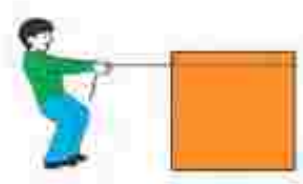
در ریاضی به پاره خط جهت دار **بردار** می گویند.

بردار \overline{OA} را به صورت \overline{OA} نشان می دهیم.

در شکل زیر نیروی وزن یک جعبه با یک بردار مشخص شده است. مانند نمونه، برای حرکت‌ها با نیروهای مشخص شده در شکل‌های زیر، بردار رسم کنید.



مسیر حرکت هواپیما

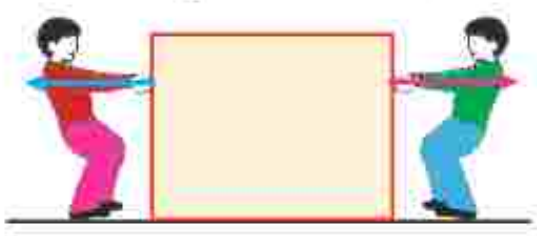


نیروی که فرد با طناب به جعبه وارد می‌کند



نیروهایی که دو نفر در مسابقه طناب‌کشی وارد می‌کنند

۱- در شکل زیر دو نفر جعبه‌ای را از دو طرف می‌کشند. با توجه به نیروهای رسم شده، به سؤالات زیر پاسخ دهید.



- آیا دو نیرو در یک راستا هستند؟
- جهت دو نیرو چه تفاوتی دارد؟
- اندازه نیروها را با هم مقایسه کنید.

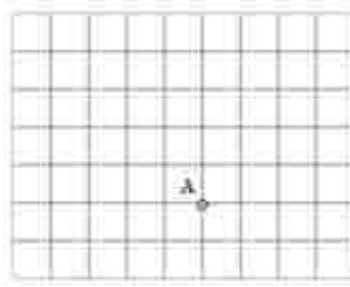
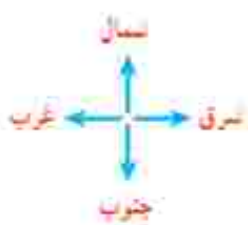
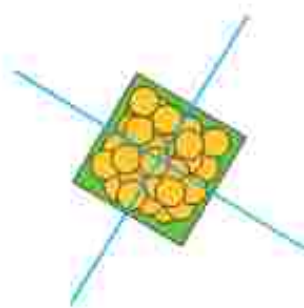
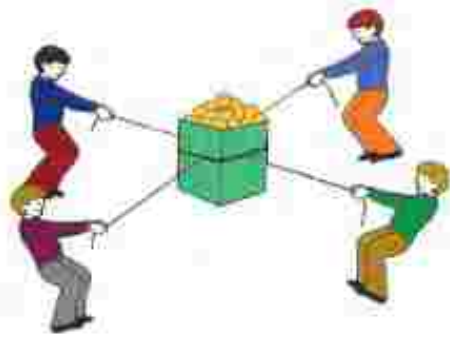
۲- دو دانش‌آموز در حال طناب‌کشی هستند.

راستا، جهت و اندازه نیروهای این دو نفر را نسبت به محل مشخص شده روی طناب، با دو بردار نشان دهید.

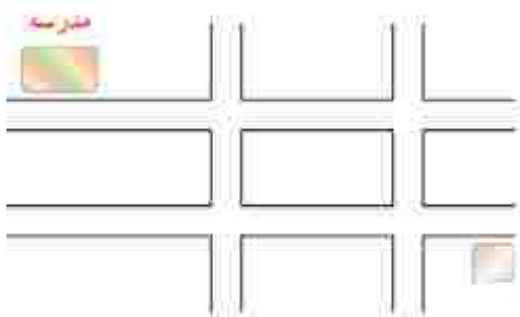


در فعالیت‌های بالا دو بردار قرمز یکدیگرند، چون هم راستا و هم اندازه‌اند؛ ولی جهت‌هایشان عکس یکدیگر است

۱- شکل زیر تصویر یک جعبه است که چند نفر آن را با طناب می‌کشند. نیروهایی را که به این جعبه وارد می‌شود، با بردار در تصویر از بالا نشان دهید.



۲- با توجه به ۴ جهت نشان داده‌شده، حرکت نقطه A را نشان دهید.
 از نقطه A، ۳ واحد به سمت شرق، ۲ واحد به سمت شمال، ۴ واحد به سمت غرب و ۴ واحد به سمت جنوب حرکت کنید.
 محل نهایی نقطه را با B نشان دهید.



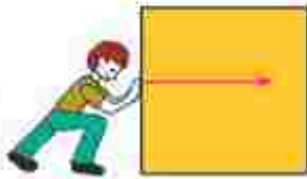
۳- علی از خانه به مدرسه رفته است. با انتخاب مسیر رفتن علی به مدرسه، حرکت‌های او را با بردار نشان دهید.

۴- بردار AB، ۳- است؛ یعنی ۳ واحد در جهت منفی محور از نقطه A به نقطه B حرکت کردیم. ابتدای این بردار نقطه ۱+ و انتهای آن نقطه ۲- است.

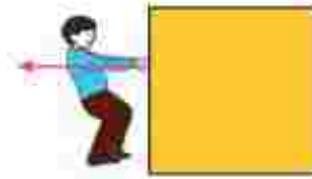


با توجه به نمونه فوق ابتدا، آنها و اندازه بردارهای مشخص شده روی محور را بنویسید.

۱- در شکل های زیر دو نیروی برای بر یک جسم وارد می کنند، یک نفر آن جسم را هل می دهد و یک نفر آن را می کشد.



در حال هل دادن



در حال کشیدن

توضیح دهید چرا این دو بردار، هم اندازه هستند.

۲- با توجه به محور، اندازه بردارهای زیر را مشخص کنید.



این بردارها چه ویژگی مشترکی دارند؟

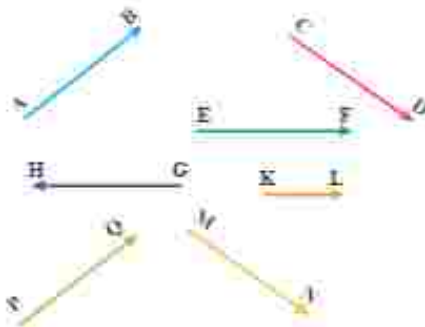


۱- بردار مساوی با بردار AB رسم کنید.

۲- روی محور زیر ۴ بردار مساوی با اندازه ۲ واحد در جهت منفی رسم کنید.



۳- بردارهای مساوی را پیدا کنید.



دو بردار وقتی برابرند که هم راستا، هم اندازه و هم جهت باشند.

A B

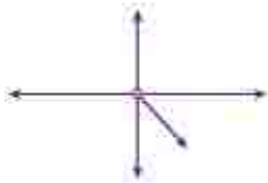
۱- شخصی از نقطه A به نقطه B رفته است. حرکت او را با یک بردار نشان دهید.
 اگر این شخص از نقطه B به نقطه A برگردد، حرکت دوم را نیز با یک بردار نشان دهید.
 راستا، اندازه و جهت این دو بردار را با یکدیگر مقایسه کنید.

آیا این دو بردار قرینه یکدیگرند؟ چرا؟
 مجموع حرکت این فرد چقدر است؟

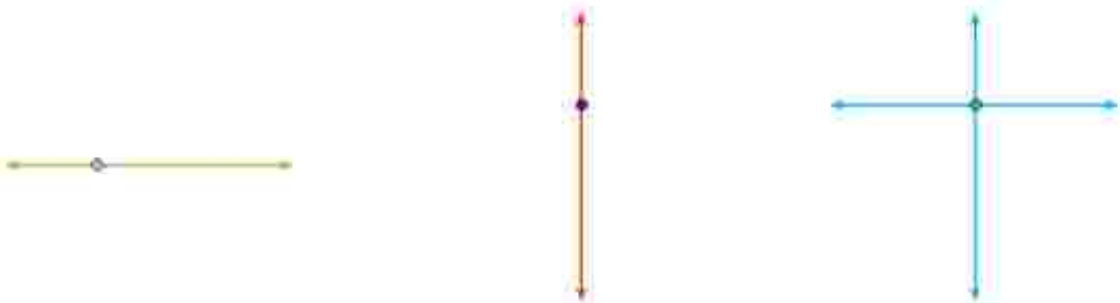
۲- با توجه به نیروهایی که به جسم زیر وارد می‌شوند و همچنین بردارهایی که با هم قرینه‌اند، مشخص کنید جسم به کدام سمت حرکت می‌کند. دلیل خود را توضیح دهید.



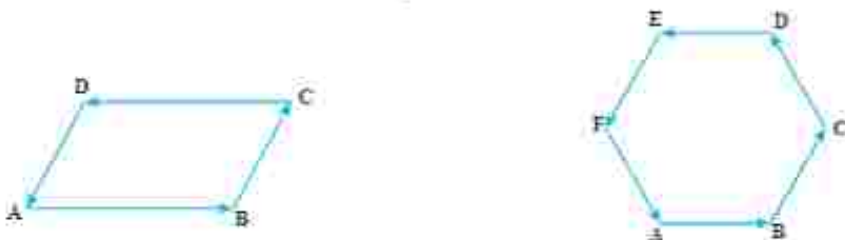
۳- با توجه به نیروهای واردشده به شکل مقابل، جسم به کدام طرف حرکت می‌کند؟ چرا؟



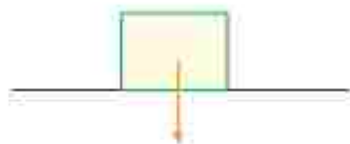
۱- با توجه به اندازه بردارهای نیرو که با طول‌های مختلف نشان داده شده است، توضیح دهید که جسم به کدام سمت حرکت می‌کند؟



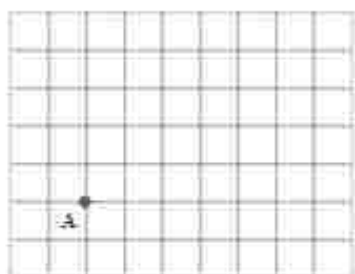
۲- با توجه به شکل‌های زیر (شش‌ضلعی منظم و متوازی‌الاضلاع) بردارهای قرینه را نام ببرید.



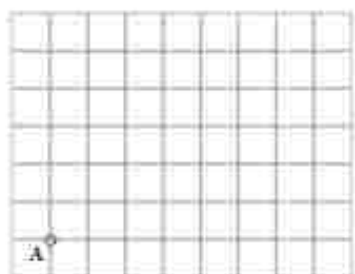
۱- در شکل زیر نیروی وزن جسم با یک بردار مشخص شده است؛ نیرویی را که زمین به جسم وارد می‌کند، با یک بردار نمایش دهید. چرا جسم روی زمین می‌ماند و حرکت نمی‌کند؟



۲- شخصی در نقطه A ایستاده است؛ اگر ۳ واحد به سمت شمال، ۴ واحد به سمت شرق و ۵ واحد به سمت جنوب و در انتها ۲ واحد به سمت غرب حرکت کند، به نقطه B می‌رسد. بردار حرکت شخص از A به B را نشان دهید.



۳- اگر شخصی در نقطه A ایستاده باشد، باید ۳ واحد به سمت شمال و سپس ۴ واحد به سمت شرق برود تا به B برسد. اگر شخص دیگری از همان نقطه A، ۴ واحد به سمت شرق و سپس ۳ واحد به سمت شمال برود، به کدام نقطه می‌رسد؟ چرا؟

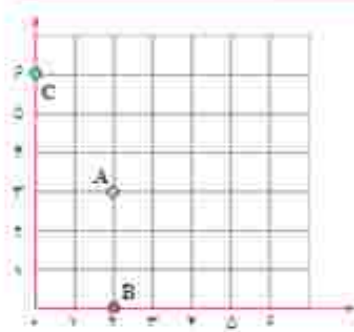


۴- اگر شخص از نقطه A، ۲ واحد به سمت غرب حرکت کند، با چه حرکتی به نقطه A می‌رسد؟
حالا اگر شخص از نقطه A، ۳ واحد به سمت شرق و ۲ واحد به سمت جنوب برود، با چه حرکتی به محل اول خود برمی‌گردد؟

۵- قرینه جهت شمال چه جهتی است؟

قرینه جهت شرق چه جهتی است؟

قرینه جهت شمال شرقی چه جهتی است؟



۱- در دوره دبستان با محورهای مختصات آشنا شدید.

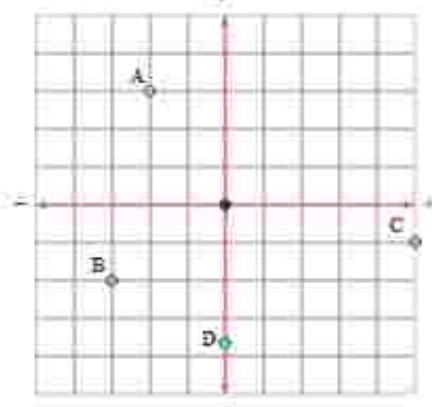
مختصات نقاط A و B و C را بنویسید.

$$A = \begin{bmatrix} \quad \\ \quad \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} \quad \\ \quad \end{bmatrix} \quad C = \begin{bmatrix} \quad \\ \quad \end{bmatrix}$$

نقاط $E = \begin{bmatrix} 4 \\ 5 \end{bmatrix}$ و $F = \begin{bmatrix} 5 \\ 4 \end{bmatrix}$ و $G = \begin{bmatrix} 4 \\ 1 \end{bmatrix}$ را پیدا کنید.

۲- با توجه به محور عددهای صحیح که در فصل اول آموختید، محورهای زیر را در جهت‌های متغی ادامه دادیم تا محورهای

مختصات کامل شوند. حالا مختصات نقاط مشخص شده را بنویسید.



$$A = \begin{bmatrix} -2 \\ 3 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} -3 \\ -2 \end{bmatrix} \quad C = \begin{bmatrix} \quad \\ \quad \end{bmatrix} \quad D = \begin{bmatrix} \quad \\ \quad \end{bmatrix}$$

نقاط زیر را روی محور مختصات پیدا کنید.

$$E = \begin{bmatrix} 3 \\ -3 \end{bmatrix} \quad F = \begin{bmatrix} -1 \\ 4 \end{bmatrix} \quad G = \begin{bmatrix} 2/5 \\ 3/5 \end{bmatrix} \quad H = \begin{bmatrix} -3/5 \\ 2/5 \end{bmatrix}$$

محور عرضها



محورهای مختصات، صفحه را به ۴ قسمت تقسیم می‌کنند.

در شکل مقابل این ۴ ناحیه با عددهای ۱ تا ۴ مشخص شده‌اند.

مرز ناحیه ۱ و ۲ را مشخص کنید. مرز ناحیه ۲ و ۳ را نیز مشخص کنید.

مرز ناحیه ۱ و ۴ را همچنین ۳ و ۴ را نیز مشخص کنید.

با توجه به تصویر رویه رو به سؤال‌های زیر پاسخ دهید:

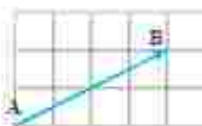
۱- مختصات ورزشگاه چیست؟

۲- مختصات چه بنای $\begin{bmatrix} 2 \\ -2 \end{bmatrix}$ است؟

۳- مختصات مسجد چیست؟

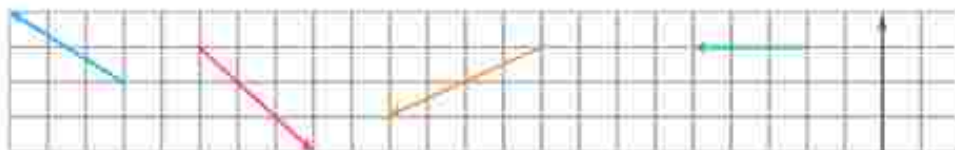
۴- کتابخانه در کدام نقطه واقع است؟





۱- در شکل مقابل حرکت از نقطه A به B، با بردار AB نشان داده شده است.

اگر بتوانیم فقط افقی یا عمودی حرکت کنیم (قرار می‌گذاریم که همیشه ابتدا افقی و سپس عمودی حرکت کنیم) مسیر حرکت از A تا B را نشان دهید. در بردارهای زیر نیز مسیر را مشخص کنید.



۲- در بردار سؤال بالا برای حرکت از A به B، ۴ واحد به سمت مثبت محور طولی و سپس ۲ واحد به سمت مثبت محور عرض‌ها حرکت می‌کنیم. این بردار را در صفحه مختصات می‌توانیم به صورت $\begin{bmatrix} 4 \\ 2 \end{bmatrix}$ نمایش دهیم. مختصات بردارهای دیگر را بنویسید.

طول جغرافیایی هر نقطه، یا نصف‌النهاری که از آن می‌گذرد و عرض جغرافیایی آن نقطه با مدار مربوطه آن مشخص می‌شود. در

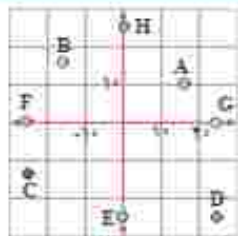


نقشه مقابل با توجه به مدارها (خطهای افقی) و مدار مبدأ (خط استوا) و نصف‌النهارها (خطهای عمودی) و نصف‌النهار مبدأ (گرینویچ) به سؤال‌های زیر پاسخ دهید.

- مختصات شهرهای زیر را به‌طور تقریبی بنویسید.
 قاهره: دارالسلام:
 الجزیره:

۲- اگر یک هواپیما از خارطوم به لوآندا در مسیر تقریباً مستقیم حرکت کند، حرکت این هواپیما را به‌صورت تقریبی با یک بردار نشان دهید. مختصات آن بردار را بنویسید.

۳- مسیر روابط تالگوس را با چه برداری می‌توان نشان داد؟



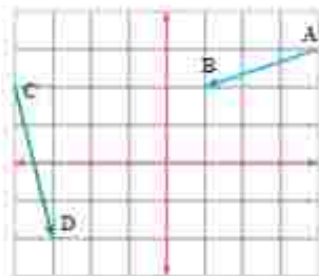
۱- با توجه به شکل، مختصات هر نقطه را به صورت تقریبی بنویسید.

$$A = \begin{bmatrix} \\ \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} \\ \end{bmatrix} \quad C = \begin{bmatrix} \\ \end{bmatrix} \quad D = \begin{bmatrix} \\ \end{bmatrix}$$

$$E = \begin{bmatrix} \\ \end{bmatrix} \quad F = \begin{bmatrix} \\ \end{bmatrix} \quad G = \begin{bmatrix} \\ \end{bmatrix} \quad H = \begin{bmatrix} \\ \end{bmatrix}$$

۲- بردار $\begin{bmatrix} -3 \\ 2 \end{bmatrix}$ را در محور مختصات زیر، طوری رسم کنید که ابتدای بردار نقطه $\begin{bmatrix} 3 \\ -2 \end{bmatrix}$

باشد.



مختصات نقطه انتهایی آن را بنویسید.

با توجه به شکل، مختصات نقطه‌ها و بردارهای زیر را بنویسید.

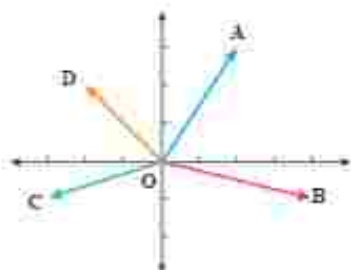
$$A = \begin{bmatrix} \\ \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} \\ \end{bmatrix} \quad \overline{AB} = \begin{bmatrix} \\ \end{bmatrix} \quad C = \begin{bmatrix} \\ \end{bmatrix} \quad D = \begin{bmatrix} \\ \end{bmatrix} \quad \overline{CD} = \begin{bmatrix} \\ \end{bmatrix}$$



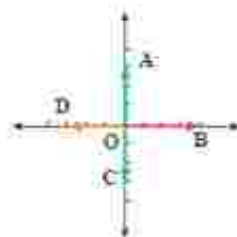
۳- ابتدا مختصات بردار \overline{AB} را تعیین کنید. قرینه بردار \overline{AB} را نسبت به محور طول‌ها

رسم کنید و مختصات قرینه \overline{AB} را بنویسید. قرینه بردار \overline{AB} را نسبت به مبدأ مختصات پیدا کنید

و مختصات آن را بنویسید.

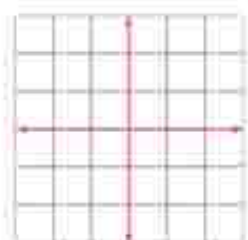


۴- مختصات بردارها را در شکل‌های زیر بنویسید.



۵- از نقطه $A = \begin{bmatrix} -1 \\ 2 \end{bmatrix}$ با بردار $\overline{AB} = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}$ و سپس با بردار $\overline{BC} = \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \end{bmatrix}$ حرکت کردیم تا به نقطه C برسیم. با چه برداری

می‌توانیم از A به C حرکت کنیم؟



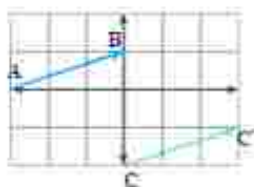
$$A = \begin{bmatrix} -250 \\ -180 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 27 \\ -11 \end{bmatrix}$$

۶- نشان دهید که نقطه‌های مقابل در کلام ناحیه قرار دارند.

$$C = \begin{bmatrix} -141 \\ 252 \end{bmatrix}$$

$$D = \begin{bmatrix} -200 \\ 5 \end{bmatrix}$$



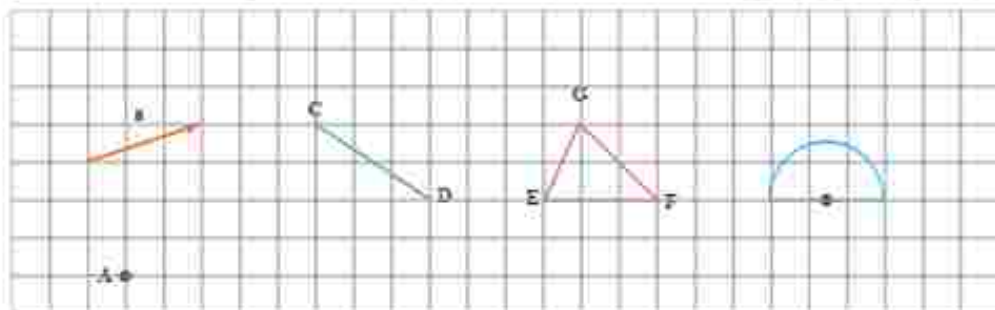
۱- مسیر رفتن از نقطه A به B را به صورت زیر بیان کنید:

_____ واحد در جهت _____ محور xها و _____ واحد در جهت _____ محور yها

مختصات بردار AB را بنویسید. $\vec{AB} = \begin{bmatrix} \quad \\ \quad \end{bmatrix}$

با همین بردار نقطه C را به نقطه C' منتقل کردم. مختصات بردار CC' را مشخص کنید.

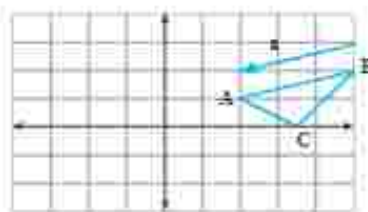
۲- هر یک از شکل های زیر را با بردار \vec{a} منتقل کنید (هم راستا، هم جهت و هم اندازه حرکت کنید).



۳- در محور مختصات زیر مثلث ABC را با بردار \vec{a} انتقال دهید و مثلث جدید را A'B'C' بنامید. مختصات رأس ها را

بنویسید.

$A = \begin{bmatrix} \quad \\ \quad \end{bmatrix}$ $B = \begin{bmatrix} \quad \\ \quad \end{bmatrix}$ $C = \begin{bmatrix} \quad \\ \quad \end{bmatrix}$



$A' = \begin{bmatrix} \quad \\ \quad \end{bmatrix}$ $B' = \begin{bmatrix} \quad \\ \quad \end{bmatrix}$ $C' = \begin{bmatrix} \quad \\ \quad \end{bmatrix}$

مختصات بردار انتقال \vec{a} را هم بنویسید: $\vec{a} = \begin{bmatrix} \quad \\ \quad \end{bmatrix}$ چه رابطهای بین رأس های مثلث، قبل و بعد از انتقال وجود دارد؟

۴- برای هر یک از بردارهای زیر مختصات ابتدا و انتهای بردار را بنویسید.

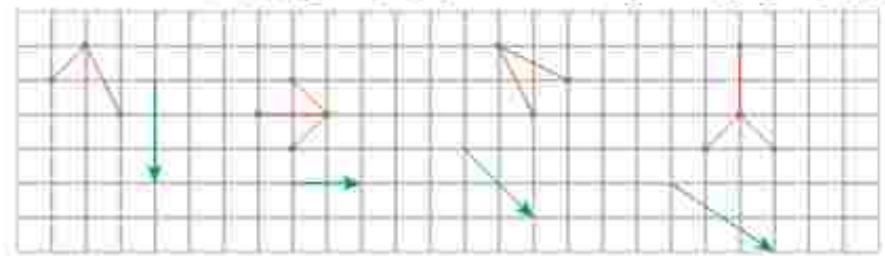
چه رابطهای بین ابتدا و انتها و مختصات بردار وجود دارد؟ این بردارها چه ویژگی دیگری دارند؟



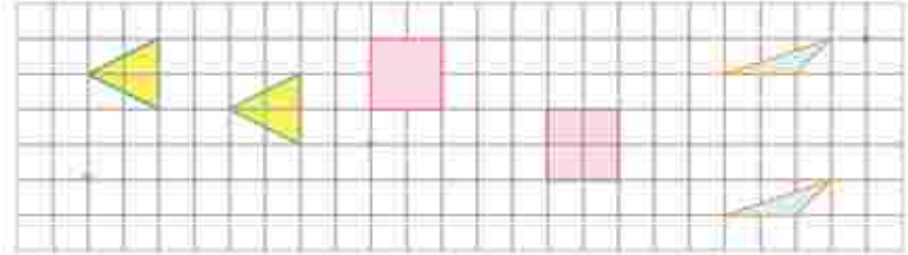
بردار	۱	۲	۳	۴	۵
مختصات ابتدا					
مختصات بردار					
مختصات انتها					

با مشخص بودن مختصات ابتدا، مختصات بردار و مختصات انتهای یک بردار می توان یک **جمع متناظر** برای بردار نوشت. به کمک این جمع و با معلوم بودن دو مختصات می توان مختصات قسمت سوم (نامعلوم) را پیدا کرد. دو بردار وقتی مساوی هستند که مؤلفه های اول آنها با هم و مؤلفه های دوم آنها با هم برابر باشند.

۱- هر شکل را با بردار انتقال مربوطه انتقال دهید. مختصات بردارهای انتقال را بنویسید.



۲- بردار انتقال مربوط به هر انتقال را از نقطه قرمز کنار آن رسم کنید.



۳- مختصات مورد نظر را به دست آورید.

توجه: مختصات بردار

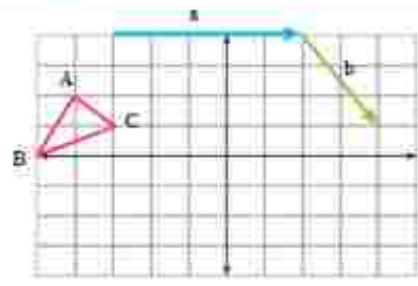
$$\begin{bmatrix} -2 \\ 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ -2 \end{bmatrix} \quad -2 + x = 3 \quad , \quad 1 + y = -2$$

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -1 \\ 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} -2 \\ 3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} x \\ -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x \\ -y \end{bmatrix}$$

۴- مختصات برداری را که ابتدای آن $\begin{bmatrix} -1 \\ 4 \end{bmatrix}$ و انتهای آن $\begin{bmatrix} 3 \\ 1 \end{bmatrix}$ است بیابید.

نقاط A و B و C را با بردار a انتقال دهید و آنها را A' و B' و C' بنامید.



$$A = \begin{bmatrix} \quad \\ \quad \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} \quad \\ \quad \end{bmatrix} \quad C = \begin{bmatrix} \quad \\ \quad \end{bmatrix}$$

$$A' = \begin{bmatrix} \quad \\ \quad \end{bmatrix} \quad B' = \begin{bmatrix} \quad \\ \quad \end{bmatrix} \quad C' = \begin{bmatrix} \quad \\ \quad \end{bmatrix}$$

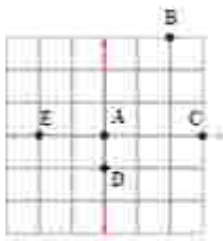
حالا مثلث جدید را با بردار b انتقال دهید و آن را با D, E, F نشان دهید.

$$D = \begin{bmatrix} \quad \\ \quad \end{bmatrix} \quad E = \begin{bmatrix} \quad \\ \quad \end{bmatrix}$$

$$F = \begin{bmatrix} \quad \\ \quad \end{bmatrix}$$

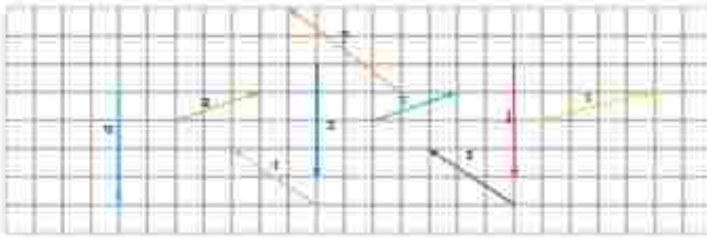
با چه برداری نقاط A, B, C مستقیماً به E, D, F منتقل می‌شوند؟

۱- مسیر حرکت از A به B، C به D و E را با بردارهای انتقال مشخص کنید و مختصات هر بردار را بنویسید.



می‌توانید این بازی را به صورت دو نفره انجام دهید. یک نفر نقطه می‌گذارد و نفر دوم باید بگوید با چه بردار انتقالی نقطه شروع را به نقطه مشخص شده، انتقال می‌دهد.

۲- بردارهای مساوی را مشخص کنید.



۳- بردار قرینه هر بردار را بکشید و تساوی‌ها را کامل کنید.



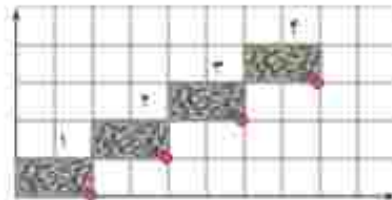
$$\vec{d} = \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \end{bmatrix} \Rightarrow \vec{d}' = \begin{bmatrix} -2 \\ 1 \end{bmatrix}$$

چگونه مختصات قرینه یک بردار نوشته می‌شود؟

$$\vec{d} + \vec{d}' = \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -2 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

با توجه به شکل بالا حاصل عبارت مقابل را به دست آورید.

۴- در محور مختصات زیر در کالی شماره n مختصات گوشه‌ای را که با علامت • مشخص شده است، به صورت جبری بنویسید.



شد در یک بازی روی صفحه شطرنجی، سید مهره خود را از خانه‌ای به مختصات $\begin{bmatrix} -2 \\ 3 \end{bmatrix}$ ابتدا ۳ خانه به سمت راست و سپس ۴ خانه به سمت پایین آورد. در حرکت دوم او مهره‌اش را ۲ خانه به سمت چپ آورد. هم‌اکنون مهره سید روی کدام نقطه صفحه قرار دارد؟

۶- اگر نقطه A به مختصات $\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$ را با بردار انتقال $\begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix}$ منتقل کنیم تا به نقطه B برسیم، مختصات نقطه B را به صورت جبری بنویسید.

مفاهیم و مهارت‌ها

در این فصل، اصطلاحات زیر به کار رفته‌اند. مطمئن شوید که می‌توانید با جملات خود آنها را تعریف کنید و برای هر کدام یک مثال بزنید.

- بردار
- راستا
- بردار انتقالی
- یارده خط جهت‌دار

در این فصل، روش‌های اصلی زیر مطرح شده‌اند. با یک مثال هر کدام را توضیح دهید و در دفتر خود یک خلاصه درس تهیه کنید.

- ویژگی‌ها، نام‌گذاری و نمایش بردار
- بردار قرینه و بردار صفر
- مختصات نقطه در صفحه
- ۴ ناحیه محور مختصات
- بردار انتقالی
- بردارهای مساوی
- جمع متناظر با بردار
- پیدا کردن مختصات بردار

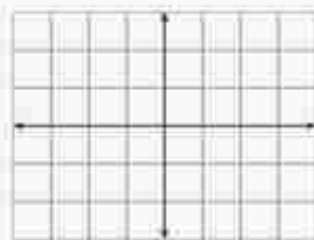
کاربرد

کاربرد اصلی این موضوع را در درس‌های علوم خود خواهید دید. در دوره دوم متوسطه و در درس فیزیک نیز با کاربردهای بیشتری از این موضوع آشنا می‌شوید.

تمرین‌های ترکیبی

در صورتی که بتوانید تمرین‌های ترکیبی زیر را انجام دهید، مطمئن می‌شوید که این فصل را به خوبی آموخته‌اید.

۱- نقاط به مختصات $A = \begin{bmatrix} 1 \\ 5 \end{bmatrix}$ ، $B = \begin{bmatrix} -1 \\ 2 \end{bmatrix}$ ، $C = \begin{bmatrix} 0 \\ 3 \end{bmatrix}$ را پیدا کنید.



نقطه A را با بردار \overline{BC} منقل کنید و مختصات نقطه منقل شده را بنویسید.

بدون رسم شکل، ابتدا مختصات بردار \overline{BC} را پیدا کنید.

بدون رسم شکل، انتقال را انجام دهید.

۲- بردار خواسته شده را رسم کنید:

بردار $\overline{AB} = \begin{bmatrix} -1 \\ -2 \end{bmatrix}$ ابتدا در $\begin{bmatrix} -1 \\ 2 \end{bmatrix}$

بردار $\overline{CD} = \begin{bmatrix} 3 \\ 5 \end{bmatrix}$ ابتدا در $\begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}$



آمار و احتمال

فصل ۹



- جمع آوری و نمایش داده‌ها
- نمودارها و تفسیر نتیجه‌ها
- احتمال یا اندازه‌گیری نتایج
- احتمال و تجربه

جمع آوری، غسرو تحلیل اطلاعات و داده‌های آماری به تصمیم‌گیری و همچنین پیش‌بینی و قیاس کمک می‌کند. برای مثال یک کارساز هواشناسی با کمک غلبه‌های آمار و احتمال، وضعیت هوا را پیش‌بینی می‌کند.

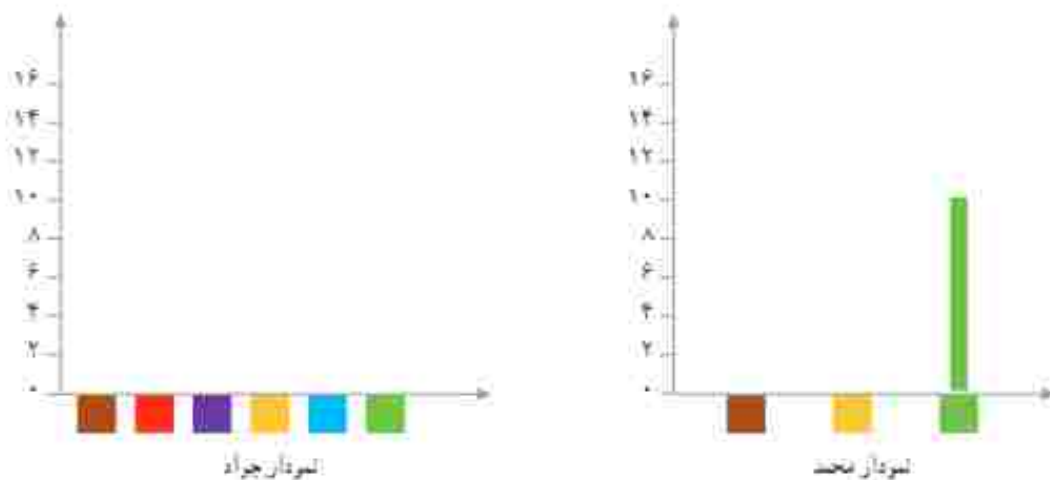
رنگ		تعداد	

جدول داده‌های جمع‌آوری شده توسط محمد

- ۱- با توجه به جدول‌ها، معلم ورزش، کدام رنگ را انتخاب می‌کند؟
- ۲- چرا آمار رنگ‌های جدول دوم با جدول اول متفاوت است؟ برای مثال چرا تعداد نظرات در مورد رنگ زرد در دو جدول متفاوت شده است؟

برای مقایسه و بررسی بهتر داده‌های آماری از انواع نمودارها استفاده می‌کنند. هر نمودار با توجه به موضوعی که داده‌های آن جمع‌آوری شده است و نوع اطلاعات به دست آمده، کارایی دارد. برای مثال **نمودار میله‌ای** برای مقایسه تعداد، پیدا کردن بیشترین و کمترین داده به‌کار می‌رود. در حال حاضر نرم‌افزارهای زیادی برای رسم انواع نمودارها وجود دارند. آنچه اهمیت دارد رسم نمودار نیست؛ بلکه انتخاب نمودار مناسب برای موضوع مورد نظر است. در ادامه با انواع نمودارها و کاربردهای آنها آشنا می‌شوید.

معلم برای اینکه داده‌های جمع‌آوری شده را بهتر نمایش دهد، از جواد و محمد خواست جدول داده‌های خود را به نمودار میله‌ای تبدیل کنند. جواد و محمد هر کدام، مقیاس‌های مختلفی برای رسم نمودار انتخاب کردند. با توجه به جدول داده‌هایی که به دست آورده‌اند، نمودارهای آنها را رسم کنید.



- ۱- این دو نمودار را با هم مقایسه کنید و جنبه‌های مثبت و منفی هر کدام را بنویسید.
- ۲- به نظر شما کدام نمودار، اطلاعات دقیق‌تری به ما می‌دهد؟ کدام‌یک برای مقایسه، ساده‌تر است؟
- ۳- با توجه به نمودارها، کدام رنگ برای لباس ورزشی دانش‌آموزان انتخاب می‌شود؟

در کتاب های درسی دیگر خود یا در روزنامه ها و مجله ها جست و جو کنید و نمودار های آماری را ببینید. هر دانش آموز یک نمودار را به کلاس بیاورد و درباره آن توضیح دهد و بگوید که از مشاهده این نمودار چه چیزی فهمیده است.

۱- میزان بارندگی در شهر رشت طی یک سال در هر ماه به شرح زیر بوده است.
(واحد اندازه گیری، میلی متر است.)



فروردین ۷۱	اردیبهشت ۶۲	خرداد ۵۰	تیر ۵۵	مرداد ۶۵	شهریور ۱۴۱
مهر ۱۸۹	آبان ۱۸۰	آذر ۱۷۱	دی ۱۵۰	بهمن ۱۴۱	اسفند ۱۲۸

جدول داده ها و نمودار ستونی آن را با انتخاب مقیاس مناسب رسم کنید؛ سپس به پرسش های زیر پاسخ دهید.

الف) میزان بارندگی در یک ماه یعنی چه؟

ب) بیشترین و کمترین مقدار بارندگی در چه ماه هایی بوده است؟

ج) برابری فصلی شامل چه ماه هایی است؟

د) در کدام ماه ها وضعیت هوا برای کارهای ساختمانی مناسب تر است؟

ه) در چه ماه هایی بارندگی بیشتر از ۱۴۰ میلی متر بوده است؟

و) میانگین ماهانه بارندگی این سال در شهر رشت چقدر است؟



۲- اگر نخواهد مهم ترین موضوع های درسی ریاضی در کتاب پایه هفتم را بدانید و به ترتیب اهمیت، آنها را مرتب کنید، آمار و

اطلاعات را چگونه و با چه روشی جمع آوری می کنید؟ چه چیزی معیار اهمیت یک موضوع است؟

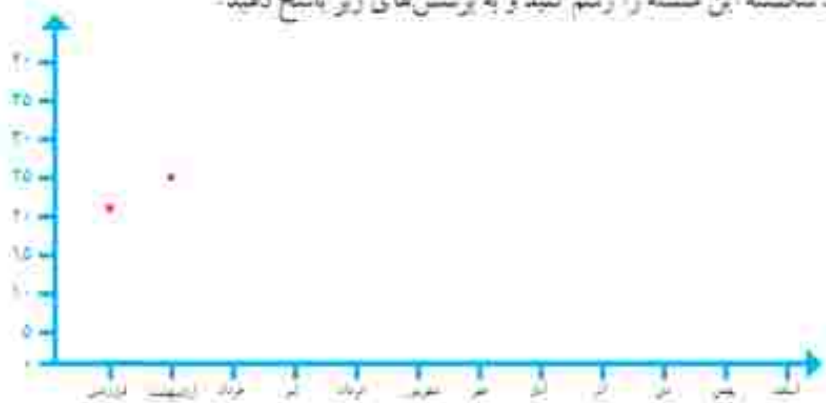
نمودارها و تفسیر نتیجه‌ها

میانگین دمای هوای بزد در ۱۲ ماه یک سال در جدول زیر آمده است.

ماه	فروردین	اردیبهشت	خرداد	تیر	مرداد	شهریور	مهر	آبان	آذر	دی	بهمن	اسفند
دما	۲۱	۲۵	۳۰	۲۱	۲۴	۲۷	۲۴	۱۵	۱۰	۸	۱۰	۱۲

مقدار میانگین دما در هر ماه را روی شکل زیر مانند نمونه یا یک نقطه نشان دهید.

با وصل کردن این نقطه‌ها به هم، نمودار خط نسخته این منطقه را رسم کنید و به پرسش‌های زیر پاسخ دهید.



۱- معنای میانگین دمای ماهانه چیست؟

۲- نمودار خط نسخته چه چیزی را بهتر از جدول داده‌ها نشان می‌دهد؟

۳- گرم‌ترین و سردترین ماه را در این شهر پیدا کنید.

۴- بیشترین تغییر دما بین کدام دو ماه پشت سر هم بوده است؟

۵- میانگین دمای این دوازده ماه را به دست آورید.

نمودار خط نسخته برای نمایش تغییرات کاربرد دارد؛ بنابراین در موضوع‌هایی که تغییرات اهمیت دارد، از این نمودار

استفاده می‌شود. برای نمونه تغییرات در بازارهای مالی، قیمت طلا، نفت، سهام و... را با این نمودار نشان می‌دهند.

گاهی وقت‌ها به جایی داده‌هایی واقعی از مقدار تقریبی آنها استفاده می‌کنیم. در برنامه‌ریزی‌های کلان به عدد‌های واقعی

و دقیق نیاز نداریم. برای مثال مقدار تولید گندم یک استان را به صورت چند هزار تن بیان می‌کنند؛ یعنی مقدار کمتر از

۱۰۰۰ تن یا یک میلیون کیلوگرم در این بررسی اهمیت ندارد.

در جدول زیر جمعیت برخی از استان‌های کشور در یکی از سال‌های گذشته آمده است.

استان	آذربایجان شرقی	البرز	خراسان شمالی	هرمزگان	ایلام
جمعیت	۳۷۲۴۶۲۰	۲۴۱۲۵۱۳	۸۶۷۷۲۷۰	۱۵۷۸۱۸۳	۵۵۷۵۹۹
مقدار تقریبی					

جمعیت

درباره‌ها
بررسی

ایلام

ابتدا مقدار تقریبی هر عدد را با تقریب کمتر از ۱۰۰۰۰۰۰ گرد کنید.

مانند نمونه با رسم یک  برای هر ۲۰۰۰۰۰ نفر، نمودار تصویری آن را رسم کنید.

۱- هر  نشان دهنده چند نفر است؟

۲- از نمودار تصویری چه اطلاعات جدیدی می‌توان به دست آورد؟

۳- این نمودار در چه مواردی کاربرد دارد؟

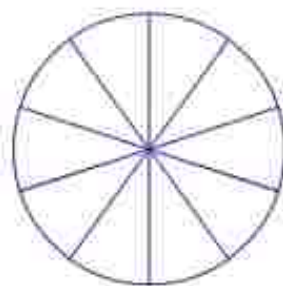
بعضی از داده‌ها و اطلاعات جمع‌آوری شده نشان می‌دهد که یک مقدار مشخص به چه نسبتی به بخش‌های کوچک‌تر تقسیم شده است. در این موارد می‌توان تقسیم شدن را روی یک شکل مثل دایره نشان داد و سهم هر بخش را روی دایره مشخص کرد. در **نمودار دایره‌ای** به طور معمول نسبت و سهم هر بخش را به صورت درصد محاسبه می‌کنند و سپس روی نمودار نمایش می‌دهند.

چرا بعد از محاسبه درصد، ممکن است نیاز باشد از غده‌های تقریبی استفاده کنیم؟

۸۳٪ را با کسری یا مخرج ۱۰ تقریب بزنید.

در مدرسه راهنمایی شهید مؤذن پور تعداد کتاب‌هایی که دانش‌آموزان امانت گرفته‌اند، بررسی شده و آمار و اطلاعات زیر به دست آمده است. جدول داده‌ها را کامل کنید. با توجه به کسرهای یا مخرج ۱۰، نمودار دایره‌ای را کامل کنید.

فعالیت



نوع کتاب	تعداد	درصد تقریبی	کسر تقریبی با مخرج ۱۰
مذهبی	۳۹۰	٪۲۰	$\frac{۲}{۱۰}$
داستانی	۲۱۰	٪۱۰	
عشقی	۸۱۰		
کتاب‌درسی	۴۰۰		
سایر موارد	۱۹۰		

۱- چگونه درصد مربوط به هر نوع کتاب را به دست می‌آورید؟

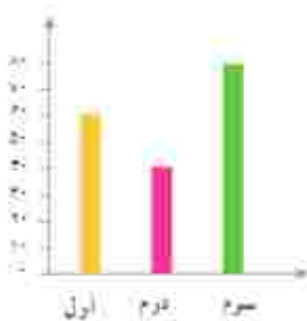
۲- با توجه به نمودار، دانش‌آموزان این مدرسه بیشتر به چه نوع کتابی علاقه دارند؟

۳- اگر مسئول کتابخانه بخواهد کتاب‌های جدیدی برای مدرسه بخرد، باید به کدام نوع کتاب بیشتر توجه کند؟ چرا؟

۴- اگر اطلاعات دیگری از کتابخانه این مدرسه داشتید، تفسیر و توصیف بهتری از نتیجه نمودار بالا به دست می‌آوردید؟

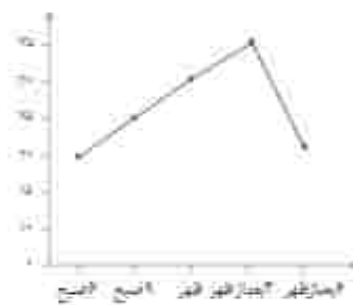
تعداد	نماد	شماره کفش
۳۰	////	۳۰
۳۰	////	۳۰
۳۰	////	۳۰
۳۰	////	۳۰
۳۰	////	۳۰
۳۰	////	۳۰
۳۰	////	۳۰
۳۰	////	۳۰
۳۰	////	۳۰

۱- جدول روبه‌رو تعداد و شماره کفش ساکنان یک ساختمان را نشان می‌دهد. اگر در یک مغازه فقط کفش‌های کوچک‌تر از شماره ۴۰ فروخته شود، چند نفر از ساکنان این ساختمان می‌توانند از این مغازه کفش بخرند؟



۲- تعداد دانش‌آموزان پایه‌های اول، دوم و سوم دبستان یک مدرسه در نمودار زیر نشان داده شده است.

هر ۱ دانش‌آموز را با یک 😊 نشان دهید و نمودار تصویری روبه‌رو را کامل کنید.

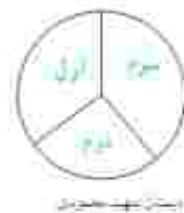
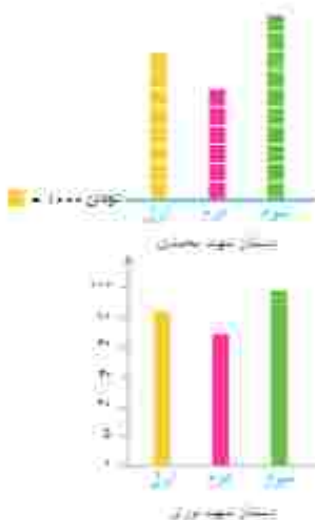


روز	۴ صبح	۱ صبح	ظهر	۲ عصر	۴ عصر
توجه: دما					

۳- با توجه به نمودار، جدول داده‌ها را کامل کنید.

با توجه به نمودار، تغییرهای دما را توصیف کنید.

تغییر دما بین کدام ساعات‌ها بیشتر بوده است؟ فکر می‌کنید این نمودار مربوط به کدام فصل سال است؟ چرا؟



۴- دانش‌آموزان کلاس‌های اول تا سوم چند دسنان بومی را که برای جشن تیکوکاری جمع‌آوری کرده‌اند، با ۴ نمودار مختلف نشان داده‌اند. اگر بخواهیم تشخیص دهیم که کدام کلاس سهم بیشتری در این امر خیر داشته است، کدام نمودار برای این موضوع مناسب‌تر است؟ چرا؟



کدام اتفاق‌ها از میان موارد زیر حتماً رخ می‌دهند؟ کدام‌ها ممکن نیست رخ دهند؟ کدام موارد ممکن است اتفاق بیفتند؛ ولی حتمی نیستند؟



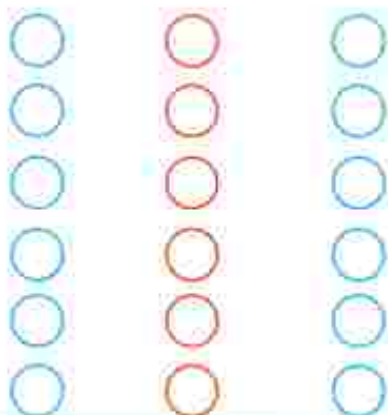
- الف) بلافاصله بعد از ماه فروردین، ماه خرداد باشند.
- ب) آیا امروز تولد یکی از همکلاسی‌هایتان باشد.
- ج) تولد شما در این ماه باشد.
- د) یک ناس بیندازید، عددی بزرگ‌تر از ۷ بیاید.
- ه) یک ناس بیندازید، عددی زوج بیاید.
- و) یک ناس بیندازید، عددی کوچک‌تر از ۷ بیاید.

زا بدون نگاه کردن به رنگ مهره‌ها، یک مهره از کیسه رویه‌رو بیرون بیاورید که آبی باشد.

باسخ‌هایتان را با دوستانتان مقایسه کنید. در کدام موارد همه پاسخ یکسانی داده‌اند؟ در کدام موارد پاسخ‌هایتان با هم فرق می‌کند؟

برای هر عبارت گزینه مناسب را انتخاب کنید. در مورد دلیل انتخاب خود با هم کلاسی‌هایتان گفت‌وگو کنید.

حتمی است ممکن است اما حتمی نیست غیرممکن است



- الف) تیم ملی فوتبال ایران در اولین بازی بعدی خود پیروز شود.
- ب) مجموع دو عدد، عددی زوج باشد.
- ج) اگر بذر گندم بکاریم، جو سبز شود.
- د) اگر تویی را به سمت بالا بیندازیم به پایین برگردد.
- ه) ما اگر تویی را به سمت حلقهٔ اسکاتل بیندازیم، گل شود.
- و) اگر سکه‌ای را به هوا پرتاب کنیم، به پشت روی زمین می‌افتد.

۱- وقتی یک سکه را می‌اندازیم، دو حالت ممکن است اتفاق بیفتد؛ یا سکه رو می‌آید

یا پشت، این دو حالت مشابه هم‌اند.

در هر یک از موارد زیر همهٔ حالت‌های مشابهی را که ممکن است اتفاق بیفتد، بنویسید.



الف) ناس می‌اندازیم.

ب) یک مهره را به‌طور تصادفی از کیسه‌ای که سه مهره به رنگ‌های سبز، زرد و آبی دارد، بیرون می‌آوریم.

ج) عفرینه چرخنده رویه‌رو را می‌چرخانیم.

۲- وقتی یک سکه را می اندازیم، دو حالت ممکن است اتفاق بیفتد: یا سکه رو می آید یا پشت. چون این دو حالت مشابه اند، شانس رو آمدن سکه با شانس پشت آمدن آن برابر است. در کدام یک از موارد زیر شانس رخ دادن دو اتفاق با هم برابر است؟

الف) ناس می اندازیم، عدد \bullet بیاید.

ناس می اندازیم، عدد $\bullet\bullet$ بیاید.

ب) عقره چرخنده رو به رو را می چرخانیم، روی آبی بایستد.

عقره چرخنده رو به رو را می چرخانیم، روی قرمز بایستد.



وقتی یک سکه را می اندازیم، دو حالت ممکن است اتفاق بیفتد، یا سکه رو می آید یا پشت و چون هر یک حالت از این دو حالت ممکن، سکه رو می آید؛ پس احتمال رو آمدن سکه $\frac{1}{2}$ است. به این ترتیب برای بیان اندازه شانس رخ دادن یک اتفاق، از یک عدد استفاده کرده ایم که احتمال رخ دادن آن اتفاق نامیده می شود.

برای اینکه احتمال رخ دادن یک اتفاق را به دست آوریم، ابتدا همه حالت های ممکن را می یابیم. سپس حالت های مورد نظر را از میان حالت های ممکن پیدا می کنیم. احتمال رخ دادن اتفاق مورد نظر برابر است با نسبت تعداد حالت های مورد نظر به تعداد حالت های ممکن؛ بنابراین:

$$\text{احتمال رخ دادن یک اتفاق} = \frac{\text{تعداد حالت های مطلوب}}{\text{تعداد حالت های ممکن}}$$

۱- احتمال اتفاق افتادن هر اتفاق را با یک کسر بیان کنید. توضیح دهید صورت و مخرج هر کسر را چگونه پیدا کرده اید. الف) ناس می اندازیم، عددی زوج بیاید.

ب) ناس می اندازیم، عددی بخش پذیر بر ۳ بیاید.

ج) عقره چرخنده مقابل روی سبز قرار بگیرد.

د) عقره چرخنده مقابل روی قرمز قرار بگیرد.



۲- چرا احتمال رخ دادن یک اتفاق، صفر، یک یا عددی بین صفر و یک است؟

۳- الف) صفر بودن احتمال به چه معناست؟

ب) یک بودن احتمال به چه معناست؟

- ۱- برای هر یک از موارد زیر یک مثال بنویسید.
 الف) اتفاقی که احتمال رخ دادن آن صفر باشد.
 ب) اتفاقی که احتمال رخ دادن آن $\frac{1}{4}$ باشد.
 ج) اتفاقی که احتمال رخ دادن آن یک باشد.

۲- احتمال رخ دادن هر اتفاق را با قرار دادن یک نقطه روی بازه خط مقابل آن مشخص کنید.



الف) ناس می اندازیم، عدد ۹ بیاید.



ب) ناس می اندازیم، عدد $\frac{3}{4}$ بیاید.



ج) ناس می اندازیم، عددی زوج بیاید.



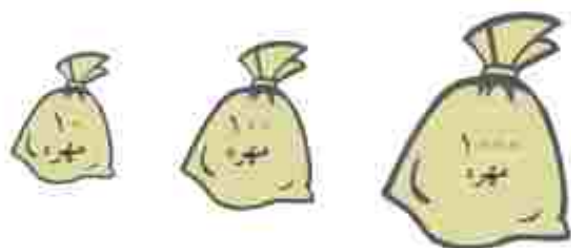
د) ناس می اندازیم، عددی کوچکتر از ۷ بیاید.



۳- احتمال ایستادن عقربه چرخنده مقابل، روی رنگ قرمز را حساب کنید.

۴- در هر کیسه فقط یک مهره سیاه وجود دارد و بقیه مهره‌ها سفیدند. از هر کیسه یک مهره را به صورت تصادفی بیرون

می آوریم. احتمال بیرون آمدن مهره سیاه از کدام کیسه بیشتر است؟ چرا؟



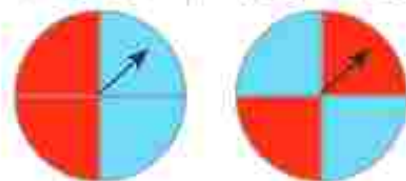
۵- با قرار دادن علامت $>$ یا $=$ یا $<$ احتمال وقوع اتفاقی‌ها را با هم مقایسه کنید.

ناس ۱ یا ۲ بیاید \bigcirc ناس ۳ بیاید.

ناس عددی کمتر از ۴ بیاید \bigcirc ناس ۴ یا ۵ بیاید.

۶- در شکل زیر دو هدف تیراندازی می بینید.

یک تیر به سمت هر یک از این هدف‌ها پرتاب می کنیم؛ فکر می کنید احتمال خوردن تیر به رنگ قرمز در کدام هدف بیشتر است؟



چرا؟

- ۱- محسن می خواهد یک سکه بیندازد؛ سکه، روی می آید یا پشت؟
 او سکه را می اندازد، سکه روی می آید. اگر دوباره سکه را بیندازد، روی می آید یا پشت؟
 محسن سه بار سکه را می اندازد و هر سه بار روی می آید. اگر یک بار دیگر سکه را بیندازد، روی می آید یا پشت؟
 ۲- شما هم تجربه کنید؛ یک سکه بردارید، آن را ۱۰ بار بیندازید و در هر آزمایش، وضعیت سکه را یا رسم خوب خط، در جدول



مقابل یادداشت کنید.

جدولتان را با دوستانتان مقایسه کنید. آیا جدول همه یا هم یکسان است؟
 نسبت تعداد رو آمدن سکه به تعداد کل آزمایش ها را با توجه به جدول خودتان،
 به صورت یک کسر بنویسید.

کسرتان را با کسرهای به دست آمده در کلاس مقایسه کنید. آیا کسرها با هم مساوی

هستند؟

- ۱- در یک کیسه ۱ مهره قرمز و ۲ مهره آبی قرار دهید. یک مهره را به صورت تصادفی از کیسه بیرون بیاورید و رنگ آن را یادداشت کنید. مهره را دوباره درون کیسه قرار دهید. این آزمایش را ۹ بار دیگر هم انجام دهید و جدول زیر را کامل کنید:

نوبت آزمایش	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰
رنگ مهره										

جدولتان را با دوستانتان مقایسه کنید. آیا جدول همه یا هم یکسان است؟

در چه کسری از آزمایش ها مهره قرمز از کیسه بیرون آمد؟

در چه کسری مهره آبی؟

حاصل جمع این دو کسر را حساب کنید.

پاسخ ها را با دوستانتان مقایسه کنید. چه تفاوت ها و شباهت هایی مشاهده

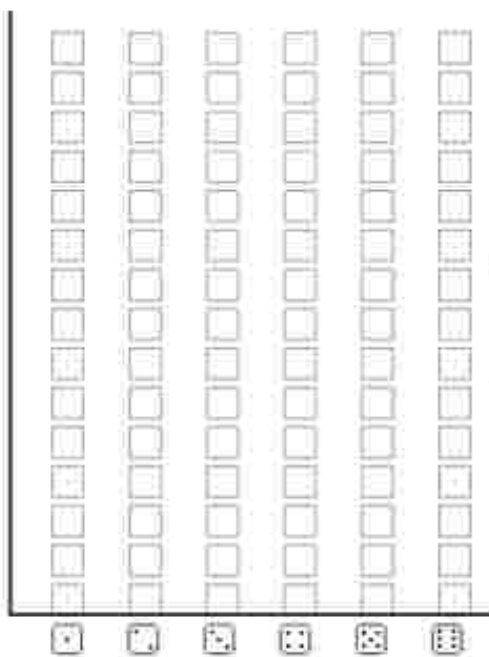
می کنید؟

۲- یک تاس را ۳۰ بار بیندازید و عدد روی تاس را در نمودار مقابل ثبت

کنید.

پاسختان را با دوستانتان مقایسه کنید.

آیا در ۳۰ آزمایش انجام شده، هر عدد دقیقاً ۵ بار مشاهده می شود؟





۱- در فعالیت صفحه قبل هر یک، ۱۰ بار سکه را برتاب کردید و نتیجه آزمایش‌ها را یادداشت کردید. اکنون نتایج به‌دست‌آمده در کل کلاس را با هم جمع کنید و در جدول زیر بنویسید (مثلاً اگر ۳۰ دانش‌آموز در کلاس شما باشند، نتایج ۳۰۰ آزمایش در جدول می‌آید).

تعداد کلی آزمایش‌ها را به دست آورید.

در چه کسری از آزمایش‌ها، سکه رو آمده است؟

در چه کسری از آزمایش‌ها، سکه پشت آمده است؟

۲- عبارت زیر را بخوانید و درباره آن گفت‌وگو کنید.

«وقتی می‌گوییم، در آزمایش برتاب سکه، احتمال رو آمدن $\frac{1}{2}$ است یعنی انتظار داریم در تعداد زیاد آزمایش‌ها، تقریباً در $\frac{1}{2}$ موارد، سکه رو بیاید.»

۳- الف) آیا همیشه در ۲۰ بار برتاب سکه، دقیقاً ۱۰ بار سکه رو می‌آید؟

ب) انتظار دارید در ۱۰۰۰ بار برتاب سکه، تعداد رو آمدن‌ها تقریباً چند بار باشد؟

ج) آیا ممکن است در ۵۰۰ بار برتاب یک سکه، ۴۰۰ بار سکه پشت بیاید؟

د) ۵۰۰ بار سکه‌ای را انداخته‌ام؛ ۴۰۰ بار پشت آمده است. در مورد سالم بودن این سکه چه نظری دارید؟

۱- الف) آیا ممکن است در ۱۰ بار برتاب ناس، عدد ۶ بیاید؟

ب) آیا همیشه در ۳۰۰ بار برتاب یک ناس، هر یک از عددها دقیقاً ۵۰ بار دیده می‌شود؟

۲- عقربه چرخنده مقابل را می‌چرخانیم.

الف) چرخنده به چند قسمت مساوی تقسیم شده است؟

ب) احتمال ایستادن عقربه روی هر یک از قسمت‌ها چقدر است؟

ج) احتمال ایستادن عقربه روی هر یک از رنگ‌ها را محاسبه کنید.



= احتمال نارنجی

= احتمال آبی

= احتمال سفید

د) اگر ۴۰۰ بار عقربه را بچرخانیم، انتظار داریم عقربه تقریباً چند بار روی هر قسمت قرار بگیرد؟

ه) اگر ۴۰۰ بار عقربه را بچرخانیم، انتظار داریم عقربه تقریباً چند بار روی رنگ سفید قرار بگیرد؟

در این فصل، اصطلاحات زیر به کار رفته‌اند. مطمئن شوید که می‌توانید با جملات خود، آنها را تعریف کنید و برای هر کدام یک مثال بزنید.

• آمار • جمع‌آوری داده • نمونه‌گیری • اتفاق‌های هم‌شانس • احتمال
 در این فصل، روش‌های اصلی زیر مطرح شده‌اند. با یک مثال هر کدام را توضیح دهید و در دفتر خود یک خلاصه درس تهیه کنید.

- سازماندهی داده‌ها در جدول
- رسم نمودار ستونی
- رسم نمودار خط شکسته
- رسم نمودار تصویری
- کاربرد هر یک از نمودارها در مسائل مختلف
- انتخاب نمودار مناسب برای موضوع مورد نظر
- تشخیص حتمی، ممکن یا غیرممکن بودن یک اتفاق
- پیدا کردن احتمال رخ دادن یک اتفاق
- آزمایش و نسبت نتایج مربوط به یک اتفاق تصادفی
- مقایسه احتمال رخ دادن یک اتفاق با نتایج آزمایش‌ها

آمار و احتمال در زندگی روزمره، کاربرد وسیعی دارد. به کمک اطلاعات آماری و با درک مفهوم احتمال می‌توانیم وقوع رخدادها از جمله بارندگی، سیل، بارش برف و... را پیش‌بینی کنیم.

در صورتی که بتوانید تمرین‌های ترکیبی زیر را انجام دهید، مطمئن می‌شوید که این فصل را به خوبی آموخته‌اید.
 یک تاس را ۱۰ بار بچرخانید و نسبت تعداد دفعاتی را که عدد زوج آمده، به تعداد کل آزمایش‌ها، پیدا کنید و با یک کسر نمایش دهید.

- احتمال زوج بودن عدد روی تاس را محاسبه کنید و با یک کسر، نمایش دهید.
- آیا این دو کسر همیشه با هم برابرند؟
- آیا ممکن است این دو کسر با هم برابر باشند؟
- آیا می‌توان گفت که وقتی تعداد آزمایش‌ها زیاد می‌شود، انتظار داریم که این دو کسر تقریباً برابر شوند؟



معتمدان محترم، صاحب نظران، دانش آموزان عزیز و اولیای آنان می توانند نظر اصلاحی خود را
در باره مطالب کتاب های درسی از طریق سامانه نظرسنجی از محتوای کتاب درسی «به نشانی
mazar.roshd.ir یا نامه به نشانی تهران - همدان بوش ۴۸۷۴ - ۱۵۸۷۵۵ ارسال کنند.



سازمان پژوهش و برنامه ریزی آموزش